M A T E M A T I C A S

P R I M E R O   B A S I C O

PROYECTO LINGÜÍSTICO SANTA MARÍA S.C

POR LA EDUCACIÓN BILÍNGÜE INTERCULTURAL Y LA SOSTENIBILIDAD DE PAZ

Movimiento Tzuk Kim-Pop

PROYECTO LINGÜÍSTICO SANTA MARÍA SOCIEDAD CIVIL -PLSM S.C.-
Miembro del Movimiento Tzuk Kim Pop
2da. Avenida 1-42 Zona 7
Residenciales San Rafael
Quetzaltenango, Guatemala.
Telefax: (502) 77673454
Correo Electrónico plsm itelgua.com

PERSONAL DEL PLSM

Coordinaación Ejecutiva:

Obispo Rosales

Redacción:
José Viviano Batz Tzoc.

Hugo Román Elías Huitz

Investigación:
Consuelo Juárez.
Silvia Chaj.

Estudios Lingüísticos:
Daniel Timoteo Rosales
Víctor Felipe Baquiax Puac

Quetzaltenango, diciembre de 2006.

INTRODUCCION.

El presente libro de texto está destinado a la población estudiantil del Ciclo de Educación Básica para el Estudio de las Matemáticas en respuesta a los requerimientos de los Acuerdos Sobre Identidad y Derechos de los Pueblos Indígenas.

Hemos tomado en cuenta el conocimiento, sabiduría, cultura y conciencia que el Pueblo Maya ha tenido hacia la Sagrada Naturaleza para el mantenimiento del equilibrio y como principios para la convivencia entre los seres humanos.

Es un aporte valioso para fortalecer el proceso educativo de nuestro país multilingüe y pluricultural.

Nuestro mayor esfuerzo se concentra en los Institutos por Cooperativa en virtud de que son los menos atendidos por el Estado, siendo la población indígena la más afectada por la pobreza que afronta el país.

Para la elaboración de este libro hemos recopilado y analizado críticamente las Guías Programáticas, libros de texto y publicación de autores nacionales e internacionales; asimismo hemos entrevistado a autoridades locales y educativas, maestros, padres de familia, ancianos, principales, guías espirituales, comadronas, y alumnado.

Antes de proceder a una edición formal hemos practicado su pilotaje a lo largo del año 2001 en los Institutos Básicos por Cooperativa de Chivarreto, Chuanoj, Chuatroj y Quiaquix.

UNIDAD. 1

CONTENIDOS.

CONJUNTOS

CONJUNTOS.

1. TEORÍA DE CONJUNTOS

CONJUNTO.

Es una agrupación, clase o colección de objetos denominados elementos del conjunto: utilizando símbolos *a* ε *S* representa que el elemento *a* pertenece o está contenido en el conjunto *S,* o lo que es lo mismo, el conjunto *S* contiene al elemento *a.* Un conjunto *S* está definido si dado un objeto *a,* se sabe con certeza que *a* ε *S* o *a* *S* (esto es, *a* no pertenece a *S*).

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UN CONJUNTO.

La representación gráfica de conjuntos se realiza a través de diagramas de Venn o de Euler. Así también se utilizan figuras geométricas, regulares e irregulares como el cuadrado, el círculo, el rectángulo y el triángulo.

Elemento de un conjunto: se llama así a los objetos, personas o animales que integran un conjunto; se representan simbólicamente por medio de letras minúsculas.

Notación de conjuntos: consiste en nombrar a todo conjunto mediante una letra mayúscula de molde.

Ejemplo: M representa el conjunto de dedos de la mano.

A cada elemento de dicho conjunto le asignamos una letra para su representación gráfica.

a representa pulgar.
b representa índice.
c representa medio.
d representa anular.
e representa meñique.

M = { a, b, c, d, e }.

RELACIÓN DE PERTENENCIA.

Cuando un elemento forma parte de un conjunto, dicho elemento pertenece al conjunto. El símbolo de pertenencia se representa así: y se lee **pertenece a.**

Cuando un elemento no está en un conjunto, dicho elemento no pertenece al conjunto. El símbolo de no-pertenencia se representa así: y se lee **no pertenece a**

Ejemplo:

P es el conjunto de material didáctico de los catedráticos del Instituto.

Entonces **P = {**pizarrón, marcador, almohadilla**}.**

Escribir la relación de pertenencia de los elementos del conjunto P

a representa a pizarrón => a P

b representa a marcador => b P

c representa a almohadilla => c P

m representa a azadón => m P

l representa a machete => l P

ACTIVIDADES: Escribir 10 conjuntos utilizando los símbolos ó indicando cuando un elemento pertenece o no al conjunto que ha escrito. El ejercicio 0 sirve de referencia.

0. A: Es el conjunto de algunos municipios de Totonicapán.
que los caracteriza.

San Francisco El Alto.	$\in$	A
Zunil.	$\notin$	A
Santa Lucía La Reforma.	$\in$	A
Coatepeque.	$\notin$	A
Santa María Chiquimula.	$\in$	A

DEFINICIÓN DE UN CONJUNTO.

Matemáticamente, un conjunto está perfectamente definido cuando se sabe con exactitud qué elementos pertenecen a él.

Para definir un conjunto se utilizan dos llaves, en las cuales se encierran sus elementos o la propiedad

Ejemplos:

A = { ■, ▲, ● }

B = { ☆, ✚, ✿, ❁, ❆ }

2. PROPOSICIONES SIMPLES.

PROPOSICIÓN.

Es una expresión declarativa oral o escrita que tiene sentido.

PROPOSICIÓN SIMPLE.

Es una expresión que no está ligada a otra.

Ejemplos:

Josefina es una mujer amable.
Juan es un alumno aplicado.
Mi mamá es muy cariñosa.
Yo soy hermano de María.

Las proposiciones pueden ser **falsas o verdaderas.** Estas reciben el nombre de **proposiciones cerradas.**

Ejemplos de proposiciones cerradas falsas:

1. Guatemala es un país estadounidense.
2. Las gallinas pertenecen al grupo de los mamíferos.
3. Atanasio Tzul fue presidente de la República de Guatemala.

Ejemplos de proposiciones cerradas verdaderas:

1. La Monja Blanca es un símbolo patrio de Guatemala.
2. Guatemala es una república centroamericana.
3. Quetzaltenango es la segunda ciudad más importante de Guatemala.

PROPOSICIONES ABIERTAS.

Las proposiciones abiertas son las que contienen una o más variables.

Variable es el símbolo utilizado para representar cualquier elemento de un conjunto. Generalmente se representan con las últimas letras del alfabeto.
Ejemplos:

> **y** es hermano de María. ("y "es la variable y puede representar a cualquiera de los hermanos de María).
>
> **x** es un departamento de Guatemala. (" x" es la variable y puede representar a cualquier departamento de Guatemala).
>
> **z** fue presidente de la República de Guatemala. (" z" es la variable y puede representar a cualquier ex presidente de la República de Guatemala).

Las proposiciones abiertas no son falsas ni verdaderas. Cuando cambiamos la variable de una proposición abierta por un elemento de un conjunto determinado, la proposición se vuelve cerrada y la podemos calificar de falsa o verdadera.

Ejemplo:

Vamos a tomar una proposición abierta de los ejemplos anteriores para mayor comprensión:

1. **x** es un departamento de Guatemala. (Proposición abierta ni verdadera ni falsa).
2. **Totonicapán** es un departamento de Guatemala. (Proposición cerrada verdadera).
3. **Tapachula** es un departamento de Guatemala. (Proposición cerrada falsa).

ACTIVIDADES:

Escribir 10 proposiciones simples.
Escribir 10 proposiciones cerradas verdaderas.
Escribir 10 proposiciones cerradas falsas.
Escribir 10 proposiciones abiertas.

CONJUNTO REFERENCIAL.

______Es el conjunto donde buscamos algún elemento que haga verdadera o falsa una proposición abierta. **Conjunto solución** son los elementos del conjunto referencial que hacen verdadera una proposición abierta.

Ejemplo:

Si tenemos como conjunto referencial al conjunto **A.**

A = **{32, 45 y 15}**

y la proposición abierta: **"x es divisible entre 9".**

Escribir el conjunto solución:

"x es divisible entre 9"	(esta proposición no es ni falsa ni verdadera)
"32 es divisible entre 9"	(esta proposición es falsa)
"45 es divisible entre 9"	(esta proposición es verdadera)
"15 es divisible entre 9"	(esta proposición es falsa)
S = { 45 }	(**45** es el único elemento que hace verdadera la proposición)

Cuando en el conjunto referencia¡ no existe elemento alguno que haga verdadera la proposición, el conjunto solución es vacío.

ACTIVIDADES:

Escribir 10 conjuntos referenciales, con sus respectivas proposiciones abiertas y escribir el conjunto solución.

3. FORMAS DE DEFINIR CONJUNTOS

Existen varias formas de definir o expresar conjuntos, entre las que las cuales podemos mencionar: **en forma verbal, en forma enumerativa, en forma descriptiva y en forma gráfica.**

FORMA ENUMERATIVA O TABULAR

Es cuando se nombra cada elemento que integra el conjunto.
Ejemplos:

Para decir que A es el conjunto de los días de la semana lo representamos así:

A = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}

Para decir que B es el conjunto de las vocales lo representamos así:

B = {a, e, i, o, u}

Para decir que **C** es el conjunto de numerales de una cifra mayores que **2**, lo representamos así:

C = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

FORMA DESCRIPTIVA

Consiste en tomar una característica o cualidad que poseen los elementos del conjunto.

Ejemplo:

A es el conjunto de colores primarios:

Para decir que A es el conjunto de colores primarios, lo representamos así:

A = {x/x es color primario}

En este caso la propiedad común de los elementos del conjunto **A** es: **"color primario"** y se lee: **A es el conjunto de elementos equis, tal que, equis es color primario.**

B = {x/x es una vocal}

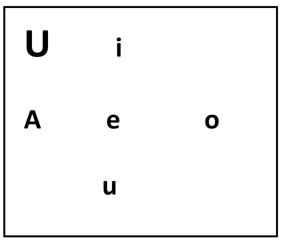
C = {x/x es un numeral de una cifra > 2}

FORMA GRÁFICA

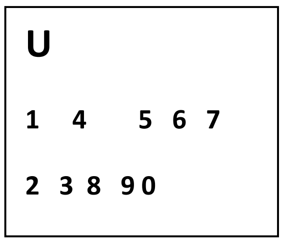
Consiste en representar los conjuntos por medio de figuras geométricas regualres e irregualres, diagramss de Venn..

La forma de representar gráficamente un conjunto referencial se hace mediante un rectángulo, simbolizado por la letra **U**.

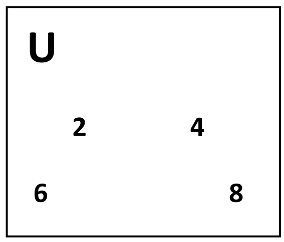
Ejemplos:



U = conjunto de Vocales



U = Conjunto de dígitos



U= conjunto de dígitos pares

COMPARACIÓN DE CONJUNTOS.

Para comparar conjuntos universales, puede representarse gráficamente por medio de figuras geométricas.

Ejemplos:

B = { i, e }　　**M** = {1, 3, 8 }　　**C** = {2 }

U = Conjunto de vocales. **U = Conjunto de dígitos.** **U = Conjunto de dígitos pares.**

U = { a, e, i, o, u } **U** = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 } **U** = { 2, 4, 6, 8 }

ACTIVIDADES:

Escribir 10 conjuntos por enumeración.
Escribir 10 conjuntos por comprensión.
Dibujar 5 gráficas comparando conjuntos universales.

4. CARDINALIDAD DE LOS CONJUNTOS.

Especifica el número de elementos de un conjunto.

Ejemplos:

1.	**A**	=	**{ g, a, t, o }**
	n (A)	=	**4** (porque dicho conjunto está formado por cuatro letras).
2.	**B**	=	**{ x/x es día de la semana }**
	n (B)	=	**7** (porque la semana tiene siete días).
3.	**C**	=	**{ x/x es el hombre que mide cinco metros de estatura }**
	n (C)	=	Ø (es vacío porque no existen hombres que miden cinco metros de estatura).

ACTIVIDADES:
Escribir la cardinalidad de los siguientes conjuntos.

A = {x/x es una nota musical}
B = {x/x es un municipio del departamento de Totonicapán}
C = {x/x es director del Instituto}
E = {x/x es departamento de Guatemala}
F = {x/x es idioma maya de Guatemala}

CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS.

De acuerdo a los elementos de los conjuntos, se clasifican en:

CONJUNTO FINITO.

Se llama así a los elementos de un conjunto que podemos enumerar o contar.
Ejemplos:

A = {Alumnos y alumnas de la clase de 1°}

E = {Los elotes del terreno de papá}

CONJUNTO INFINITO.

Se llama así a los elementos de un conjunto que no podemos enumerar o contar por ningún método.

Ejemplos:

G = {Las gotas de agua del Océano Pacífico}
M = {Los granos de arena de las playas de Champerico}
N = {Los números naturales}

ACTIVIDADES:
Escribir 5 conjuntos finitos.
Escribir 5 conjuntos infinitos.

CONJUNTO VACÍO

Se llama así al conjunto que no tiene elementos. Se designa con los símbolos Ø ó con dos llaves { }

Ejemplo:

B es el conjunto de alumnos del Instituto de Educación Básica, de 5 años de edad.
El conjunto **B** es vacío, porque en los Institutos, por ley solo atienden alumnos de 13 años en adelante.

CONJUNTO UNITARIO

Se llama así al conjunto que tiene un solo elemento.
Ejemplo:

A es el conjunto de satélites del planeta Tierra.

El conjunto **A** es unitario, porque el planeta tierra tiene un satélite que es la Luna.

ACTIVIDADES:
Escribir 10 conjuntos vacíos.
Escribir 10 conjuntos unitarios.

CONJUNTOS IGUALES

Se llaman así a los conjuntos que tienen los mismos elementos. Simbólicamente se representa así: = (Se lee **igual a**).

Cuando dos conjuntos no son iguales se escribe así: (Se lee no es **igual a**).

Ejemplos:
Pedro compró en el mercado, 5 tamales. María también compró 5 tamales.

P = { a, b, c, d, e }
M = {e, d, c, b, a}
P = M

También podemos decir que:

$$\left.\begin{array}{c}\mathbf{P} \subset \mathbf{M} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{M} \subset \mathbf{P}\end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{P} = \mathbf{M}$$

Se lee: Los elementos del conjunto P están contenidos en el conjunto M y los elementos del conjunto M están contenidos en el conjunto P

ACTIVIDADES:

Escribir 5 pares de conjuntos iguales.

CONJUNTOS EQUIVALENTES

Dos conjuntos son equivalentes si tienen el mismo número de elementos. El símbolo de equivalencia es:

Ejemplo:

A = **{ 2, 3, 4,}**
B = **{ Juan, María, Delfino}**
A **B (Se lee A es equivalente a B)**

ACTIVIDADES:
Escribir 5 parejas de conjuntos equivalentes.

5. RELACIÓN ENTRE CONJUNTOS.

SUBCONJUNTOS.

Se llama subconjunto a un conjunto que está dentro de otro conjunto.

Ejemplo:

1. En un predio hay varios carros de diferentes marcas. De todos, los que más se venden son los Toyota.

A = {Toyota, Mercedes Benz, Nissan, Zuzuki, Chevrolet }
B = { Toyota }

$B \subset$ **A**

Como podemos ver, el conjunto **B** se originó del conjunto **A.**
Podemos decir que **B** está contenido en **A** ó **B** es subconjunto de **A.**
El símbolo que se usa es: el llamado “incluido en”, “contenido en” ó “subconjunto de”, como se presenta en el ejemplo anterior.

2. Las vocales son subconjuntos del alfabeto castellano.

R = { a, b, c, d, ... }

S = { a, e, i, o, u }

S ⊂ R

COMO SACAR SUBCONJUNTOS DE UN CONJUNTO.

Para establecer cuántos subconjuntos salen de un conjunto, utilizaremos la fórmula $\mathbf{2^n}$, en donde la letra “n” es el número de elementos de un conjunto.

Ejemplos:

1. **A** = {s, o ,l }

Al observar este ejemplo, nos damos cuenta que dicho conjunto está formado de tres elementos, al aplicar la fórmula escribiremos $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

Según esta fórmula, del conjunto S deben salir 8 subconjuntos. Veamos.

$\mathbf{B_1}$ = {s}	$\mathbf{B_2}$ = { o }	$\mathbf{B_3}$ = { l }	$\mathbf{B_4}$ = { s, o }
$\mathbf{B_5}$ = {s, l}	$\mathbf{B_6}$ = { o, l }	$\mathbf{B_7}$ = { s, o, l }	$\mathbf{B_8}$ = { }

NOTA: El conjunto vacío es subconjunto de cualquier conjunto.

ACTIVIDADES:
Escribir 5 conjuntos y encontrar los subconjuntos de los mismos, aplicando la fórmula 2"

CORRESPONDENCIA ENTRE CONJUNTOS.

Dos conjuntos se pueden comparar mediante su número de elementos. Diremos que dos conjuntos, **A y B, son coordinables** (o equivalentes) si tienen el mismo número de elementos; en caso contrario, diremos que no son coordinables. En forma simbólica, esta relación se representa así:

A = B sí y sólo sí **n(A) = n(B).**

Ejemplos:

Consideramos los conjuntos:

1. **A** = {0, 2, 4, 6, 8,}
B = {a, e, i, o, u}
C = (1, 3, 5, 7, 9,}

Los conjuntos **A, B y C** son coordinables; porque todos tienen el mismo número de elementos, por lo tanto, se pueden poner en correspondencia **uno a uno.** A este tipo de corespondencia se llama biunívoca.

2. En una escuela primaria trabajan cuatro maestros atendiendo seis grados. Los maestros forman el conjunto **A** = (a, b, c, d} y los grados el conjunto **B** = {1o. , 2o., 3o., 4o., 5o. y 6o.}. Si cada maestro toma un grado cada uno, quedan dos grados sin maestro, por lo tanto dichos conjuntos no son coordinables, por más que se intente hacer cualquier correspondencia biunívoca.

ACTIVIDADES:

Escribir 5 conjuntos coordinables.
Escribir S conjuntos no coordinables.

PROPIEDADES DE LA RELACIÓN DE CONTENCIÓN.

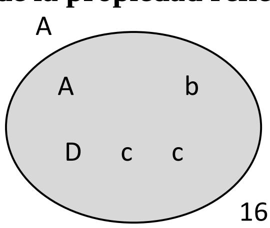
Propiedad Reflexiva.

La propiedad reflexiva nos indica que todo conjunto está contenido en él mismo.
Es decir (se lee A está contenido en A)
Ejemplo:

El conjunto de crayones de Antonio; serán los mismos estando en una caja, en una bolsa o sobre la mesa.

Conjunto **A** = {a, b, c, d, e, f} sacamos de **A** otro conjunto con los elementos {a, b, c, d, e, f}. Entonces
$A \subset A.$

Representación gráfica de la propiedad reflexiva.



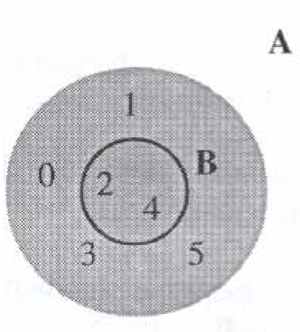
<u>Propiedad Asimétrica</u>.

Esta propiedad se da cuando un conjunto **B** está contenido en un conjunto **A**, esto no implica que **A**

esté contenido en **B**. Simbólicamente se escribe así: $\mathbf{B \subset A \Rightarrow A \subset B.}$

Ejemplo:

A = {0, 1,2,3,4,5}
B = {2,4}
$\mathbf{B \subset A}$



<u>Propiedad Transitiva</u>.

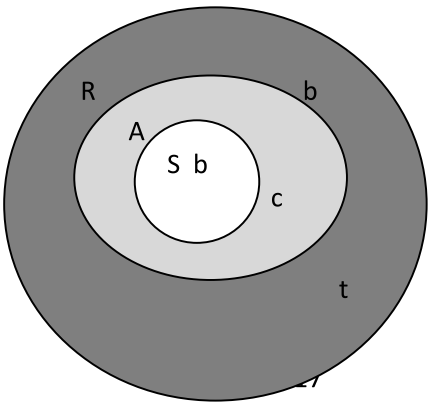
Esta propiedad se da cuando **A** está contenido en **B** y **B** está contenido en **D**, entonces **A** está en **D**. Simbólicamente se escribe así:

$$\left.\begin{array}{c} \mathbf{A \subset B} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{B \subset D} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A \subset D}$$

Ejemplo:

Amelia tiene un sacapuntas y un borrador.
Berta tiene un compás, un sacapuntas y un borrador.
Delia tiene una regla, un compás, un sacapuntas, un borrador y un transportador.

A = {s, b}
B = {c, s, b}
D = {r, c, s, b, t}



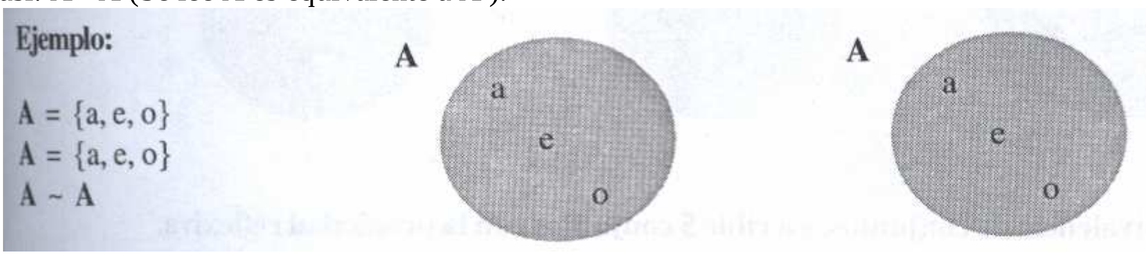
ACTIVIDADES:

De acuerdo a la relación de contención, escribir 5 conjuntos con la propiedad reflexiva.
De acuerdo a la relación de contención, escribir 5 conjuntos con la propiedad antisimétrica. De acuerdo a la relación de contención, escribir 5 conjuntos con la propiedad transitiva.

PROPIEDADES DE LOS CONJUNTOS EQUIVALENTES.

Propiedad Reflexiva.

Esta propiedad, indica que un conjunto cualquiera, es equivalente a él mismo. Y se escribe así: **A - A** (Se lee **A** es equivalente a **A**).



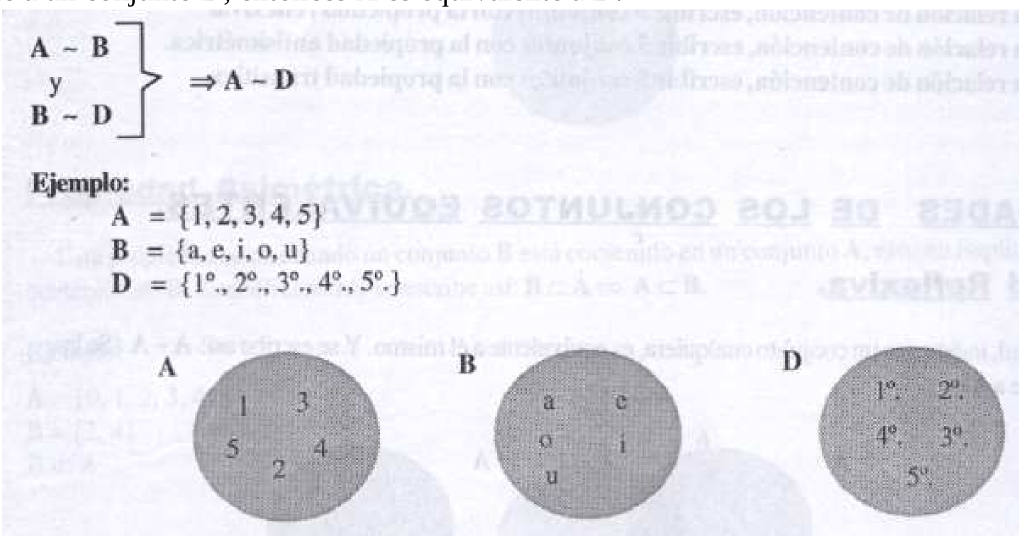
Propiedad Simétrica.

Cuando un conjunto **A** es equivalente a otro conjunto **B y B** es equivalente al conjunto **A**, le damos el nombre de simétrico. También podemos decir: **A** es equivalente a **B y B** es equivalente a **A**. Se escribe así: **A - B => B ~ A** (Se lee **A** es equivalente a **B,** entonces **B** es equivalente a **A.**

Ejemplo:
En una escuela primaria existen tres aulas para igual número de maestros, para representarlos simbólicamente, escribiremos.

Propiedad Transitiva.

Esta propiedad se cumple cuando un conjunto **A** es equivalente a un conjunto **B,** y éste es equivalente a un conjunto **D**, entonces **A** es equivalente a **D**.



ACTIVIDADES:

De acuerdo a la equivalencia de conjuntos, escribir 5 conjuntos con la propiedad reflexiva.
De acuerdo a la equivalencia de conjuntos, escribir 5 conjuntos con la propiedad simétrica.
De acuerdo a la equivalencia de conjuntos, escribir 5 conjuntos con la propiedad transitiva.

6. OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS.

UNION DE CONJUNTOS.

Se llama así a la unión de dos o más conjuntos. El signo que lo representa es:

Ejemplo:

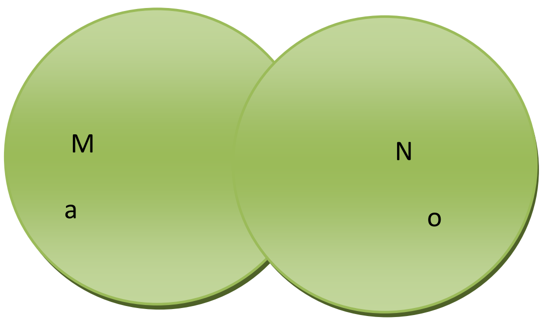
1. En forma enumerativa: Unir A con Bm es decir .

Siendo A= $\{m, a\}$

B= $\{n, o\}$

A u B = $\{m, a, n, o\}$

Gráficamente se representa así:



En forma enumerativa: Unir M con N, es decir .

NOTA: En la unión de conjuntos, los elementos repetidos se escriben una sola vez como se puede observar en el ejemplo anterior.l

PROPIEDADES DE LA UNIÓN DE CONJUNTOS

Propieda conmutativa

Para definir la propiedad conmutativa basta con indicar que , el resultado es el mismo. Ejemplo:
Si unimos 20 caros de color anaranjado con 7 carros color celeste, nos darán el mismo resultado que si unimos 7 carros celestes con los 20 carros anaranjados.

$\mathbf{N} \quad = \{20\}$

$\mathbf{C} \quad = \{7\}$

$\mathbf{N} \cup \mathbf{C} = \{20, 7\}$

$\mathbf{C} \cup \mathbf{N} = \{7, 20\}$

<u>Propiedad Asociativa</u>.

Es la que nos permite unir varios conjuntos de diferentes maneras sin que se altere el resultado. Si tenernos tres conjuntos **A, B y C**, Podemos agrupar de diferentes formas, como se observa a continuación.

$(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cup \mathbf{C}$

$\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cup \mathbf{C})$

Ejemplo:

En una caja hay 9 crayones, 3 en una bolsa y 6 sobre una mesa. Los podemos juntar asociándolos de la siguiente manera: $(\mathbf{C} \cup \mathbf{B}) \cup \mathbf{M} = \mathbf{C} \cup (\mathbf{B} \cup \mathbf{M})$

$\mathbf{C} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$\mathbf{B} = \{a, b, c\}$

$\mathbf{M} = \{l, m, n, ñ, o, p\}$

Hallar el resultado de: $(\mathbf{C} \cup \mathbf{B}) \cup \mathbf{M}$ y $\mathbf{C} \cup (\mathbf{B} \cup \mathbf{M})$

$\mathbf{C} \cup \mathbf{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c\}$

$(\mathbf{C} \cup \mathbf{B}) \cup \mathbf{M} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, l, m, n, ñ, o, p\}$

$\mathbf{B} \cup \mathbf{M} = \{a, b, c, l, m, n, ñ, o, p\}$

$\mathbf{C} \cup (\mathbf{B} \cup \mathbf{M}) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, l, m, n, ñ, o, p\}$

El resultado es el mismo.

<u>Propiedad</u> <u>Idempotencia.</u>

Es la unión de un conjunto con el mismo conjunto y su resultado es el mismo conjunto. Es decir $\mathbf{A} \cup \mathbf{A} = \mathbf{A}$

Ejemplo: Si tenemos el conjunto A = { ⊖ • — }

ACTIVIDADES:
Escribir 5 conjuntos en forma enumerativa. Después hacer varios ejercicios con ellos valiéndose de la propiedad conmutativa, asociativa e idempotencia.

INTERSECCIÓN DE CONJUNTOS

Se denomina intersección a los elementos comunes de dos o más conjuntos. El símbolo de la operación intersección es .

Ejemplos:

1. María tiene 4 dulces, Juan tiene 8 galletas. Juntos han comprado 7 chicles.

M = {d, h}

J = {g, h}

M ∩ J = {CH}

2. Julio tiene un trompo, un yoyo y un capirucho; María tiene una pelota, una muñeca y un osito.

Hallar la intersección:

J = {t, y, c}

M = {p, m, o}

J ∩ M = { }

PROPIEDADES DE LA INTERSECCIÓN DE CONJUNTOS

Propiedad Conmutativa.

Esta propiedad permite intersectar A con B o B con A porque el resultado es el mismo, es decir:

$A \cap B = B \cap A$

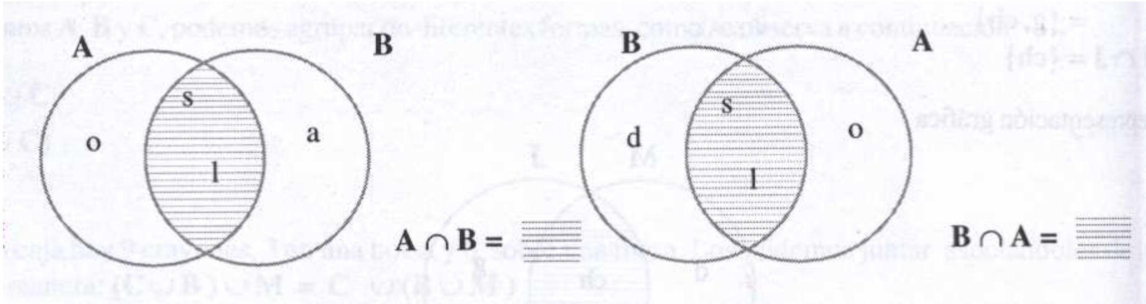
Ejemplo:

A = {s, o, l}
B = {s, a, l}

En forma enumerativa hallar: **A B y B A**

1.- A B = {s, l} **2.- B A = {s, l}**

Representación gráfica:



<u>Propiedad Asociativa</u>.

Esta propiedad nos permite intersectar los conjuntos, agrupándolos de diferentes maneras, sin que el resultado se altere, es decir: **(A B) C = A (B C).**

Ejemplo:

A = {m, u, r, c, i, e, l, a, g, o}
B = {a, e, i, o, u}
C = { e, s, c, u, e, l, a }

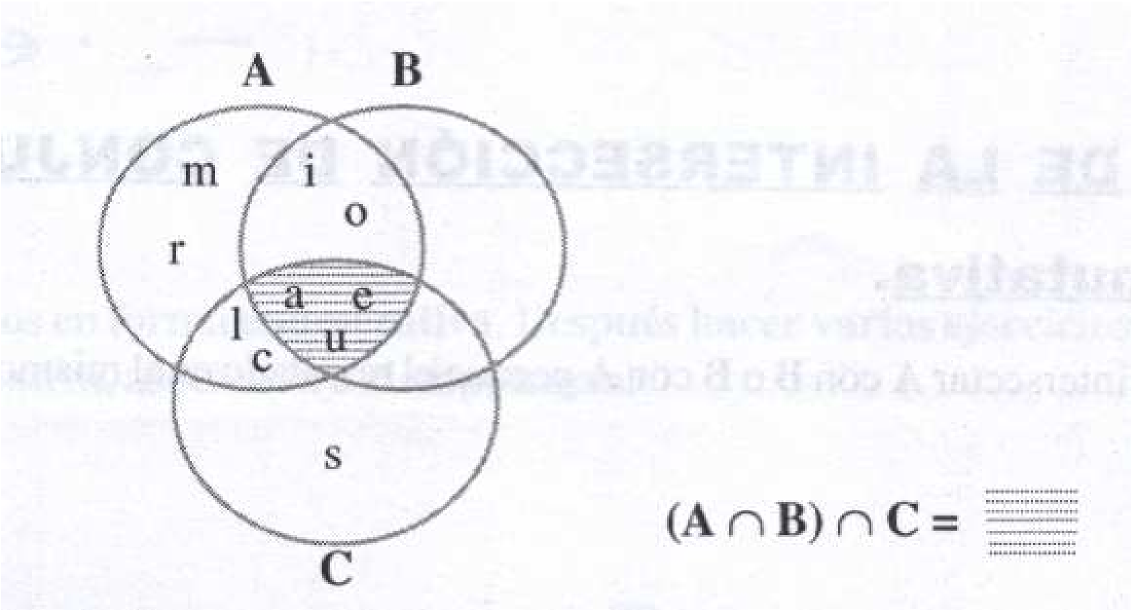
Hallar: (A B) C y A (B C)

1.- A B = {a, e, i, o, u}
(A B) C = {a, e, u}

2.- B C = {a, e, u}
A (B C)={a, e, u}

Los resultados son los mismos.

NOTA. (Solo se escriben los elementos comunes a todos los conjuntos).



7. DIFERENCIA DE CONJUNTOS

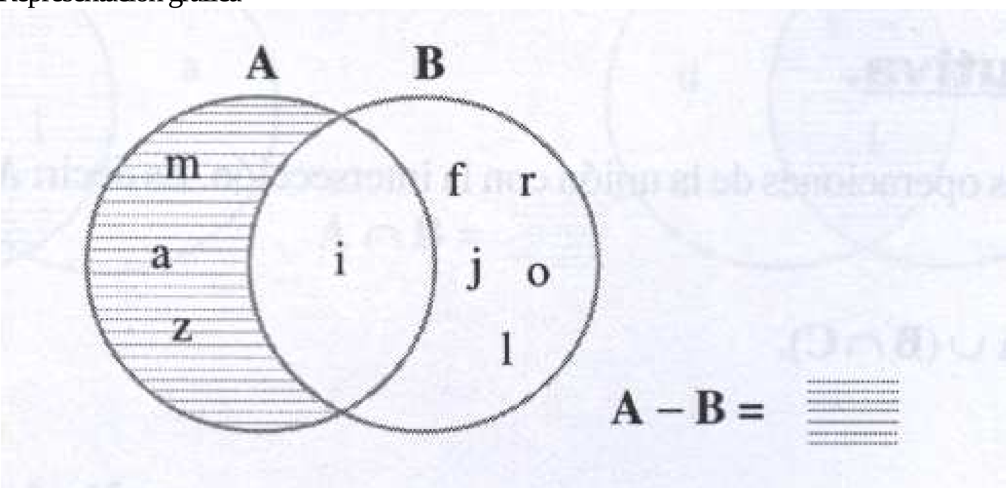
Se denomina diferencia al conjunto de elementos que pertenecen a: **A** pero no a **B.**

Se representa así: **A - B ó B – A**

Ejemplo:

A - B = {m, a, i, z} - {f, r, i, j, o, l}
A - B = {m, a, z}
B - A = {f, r, j, o, l}

Representación gráfica



DIFERENCIA SIMÉTRICA.

Es la unión de las diferencias de dos o más conjuntos.

Es decir: $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$.

Ejemplo:

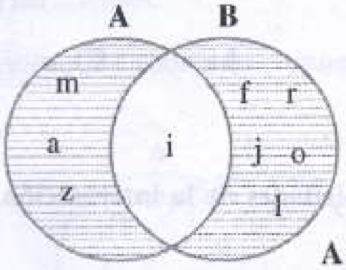
$A = \{m, a, i, z\}$

$B = \{f, r, i, j, o, l\}$

Hallar: $(A - B) \cup (B - A) = \{m, a, z\} \cup \{f, r, j, o, l\}$

$A \Delta B \{m, a, z, f, r, o, l, j\}$

Representación gráfica:



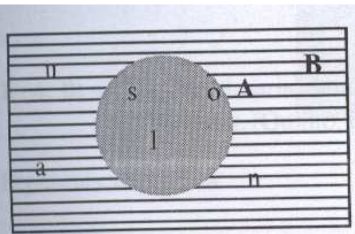
$A \Delta B = \{(A - B) \cup (B - A)\} =$

C O M P L E M E N T O D E U N C O N J U N T O .

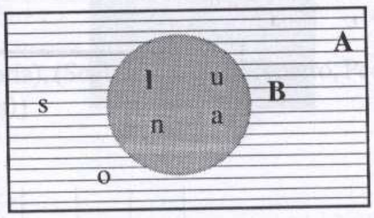
Se llama así a los elementos de un conjunto que no están contenidos en **A.** El complemento de **A,** se escribe C_A

Ejemplo:

A = {s, o, l}
B = {l, u, n, a}
C_A = {u, n, a}



$C_A =$



$C_B =$

ACTIVIDADES:

Representar gráfica y numéricamente conjuntos diferencia y diferencia simétrica, partiendo de los ejemplos.

8. PRODUCTO CARTESIANO.

Es el conjunto que resulta de la combinación entre dos conjuntos **A y B**. Las parejas se forman relacionando cada uno de los elementos de **A** con los de **B.** En cada pareja el primer elemento pertenece a **A** y el segundo a **B.**

El producto cartesiano entre **A y B** se escribe así: **A X B**

Los productos de **A X B B X A,** pues al ser pares ordenados, el par **(l, x)** es distinto del par **(x, l).**

Ejemplo:
Sea: **A = {a, b}.**
B = {c, d, e}.

Hallar **A X B**

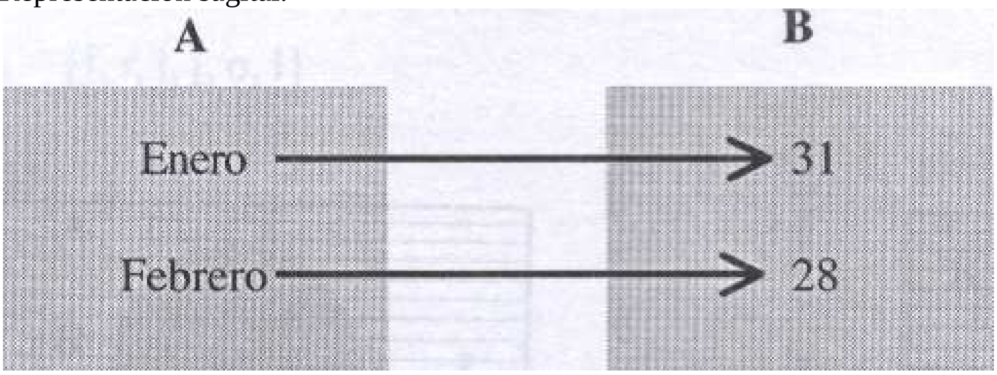
A X B = {(a, c), (a, d), (a, e); (b, c), (b, d), (b, e)}

R E L A C I O N E S .

Al relacionar elementos de un conjunto con elementos de otro, se forman parejas ordenadas. La ley llamada de correspondencia, nos indica cómo debemos relacionarlos elementos de un conjunto con los de otro.
Ejemplo:
Sean los conjuntos:

A = (enero, febrero}
B = {31, 28}

Representación sagital.



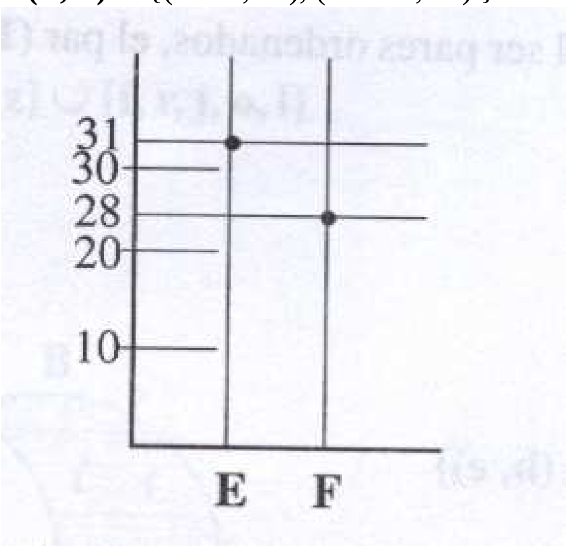
R (A, B) = { (enero, 31), (febrero, 28) } Se lee: Relación de **A** en **B** es un par de ordenadas formadas por (enero, 31) y (febrero, 28).

R E P R E S E N T A C I O N G R Á F I C A .

Esta representación se hace marcando puntos en un diagrama de líneas horizontales para el conjunto dominio y verticales para el conjunto contradominio que se cruzan.

Ejemplo:
Representar gráficamente la siguiente relación:

R (A, B) = {(enero, 31), (febrero, 28) }



NOTA: Las relaciones de los elementos entre conjuntos pueden ser:

a) De uno a uno
b) De uno a muchos
c) De muchos a uno
d) De muchos a muchos.

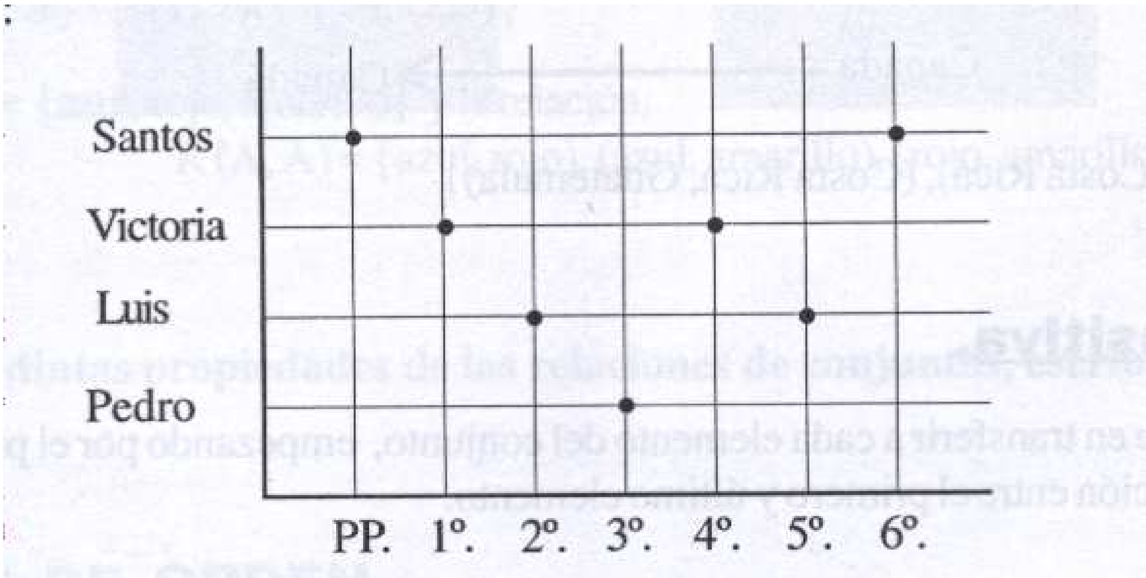
Otro ejemplo: Sean los conjuntos **A y B**, formados por los grados o secciones atendidos por los maestros de la EORM del caserío "La Libertad", aldea Vásquez, Totonicapán.

Halla**: A X B**

A	**B**
Preprimaria	
Primero	
Segundo	**Pedro**
Tercero	**Luís**
Cuarto	**Victoria**
Quinto	**Santos**
Sexto	

R (A, B) = { (Preprimaria, Santos), (Primero, Victoria), (Segundo, Luís), (Tercero, Pedro), (Cuarto, Victoria), (Quinto, Luís), (Sexto, Santos)}

Representación gráfica:



ACTIVIDADES:
Escribir varios conjuntos, relacionándolos y representándolos gráficamente.

PROPIEDADES DE LAS RELACIONES.

Propiedad Reflexiva:

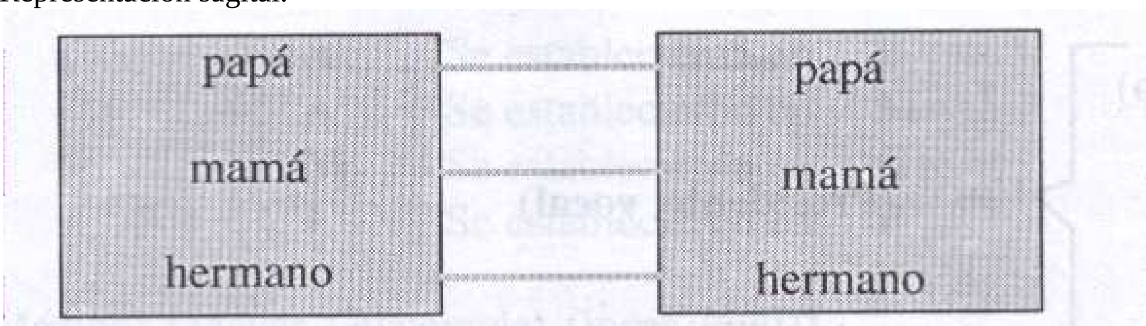
Se caracteriza por la formación de parejas ordenas en las que cada elemento del conjunto A está relacionado con el mismo.

Ejemplo:
En una reunión de padres de familia en la EORM de la aldea Paxtocá, Totonicapán, Andrés llevó a su papá, mamá y hermano; Bartolo llevó su papá, mamá, hermano y tío.

Tenemos los siguientes conjuntos:

A = (papá, mamá, hermano) **B** = { papá, mamá, hermano, tío }

Representación sagital.



R (A, B) = { (papá, papá), (mamá, mamá), (hermano, hermano) }

Propiedad Simétrica.

Sale de la relación entre los elementos de un mismo conjunto, de acuerdo a una ley.

Ejemplo:

Sea el siguiente conjunto **A:**

A = {Guatemala, Costa Rica, Canadá}.

Vemos que Guatemala y Costa Rica, son países centroamericanos. Escribir 1a relación.

Representación sagital:

R (A, A) = { (Guatemala, Costa Rica), (Costa Rica, Guatemala) }

Propiedad Transitiva.

Esta propiedad consiste en transferir a cada elemento del conjunto, empezando por el primero hasta el final; al culminar, se hace la relación entre el primero y último elemento.

Ejemplos:

1.- Si tenemos el conjunto **A** = {Marta, Juana, Cristina}

Vamos a suponer que son hermanas. Formar la relación con la ley "es hermana de".

$$\left.\begin{array}{l}(\text{Marta, Juana})\\ \text{y}\\ (\text{Juana, Cristina})\end{array}\right\} \Rightarrow (\text{Marta, Cristina})$$

Usando símbolos, la relación queda de la siguiente manera:

$$\left.\begin{array}{l}(x,y)\\ \text{y}\\ (y,z)\end{array}\right\} \Rightarrow (x,z)$$

2.- Si tenemos el conjunto **C** = {Presidente, Secretario, Tesorero, Vocal}

Vamos a suponer que son compañeros de una Junta Directiva de Padres de Familia. La ley sería " es compañero del".

$$\left.\begin{array}{l}(\text{Presidente, Secretario})\\ \text{y}\\ (\text{Secretario, Tesorero})\\ \text{y}\\ (\text{Tesorero,Vocal})\end{array}\right\}\Rightarrow(\text{Presidente, vocal})$$

Usando símbolos, la relación queda así:

$$\left.\begin{array}{l}(w,x)\\ \text{y}\\ (x,y)\\ \text{y}\\ (y,z)\end{array}\right\}\Rightarrow(w,z)$$

<u>Propiedad Antisimétrica</u>.

Es una relación que se forma por la pareja (a, b) en donde (b, a) no debe aparecer.

Ejemplos:

1. Sea **A** = {1, 2, 3} y la siguiente relación:
   R (A, A) = {(l, 2), (l, 3), (2,3)}

2. Sea el conjunto **C** = {azul, rojo, amarillo} y la relación:
   R (A, A) = {azul, rojo), (azul, amarillo), (rojo, amarillo)}

ACTIVIDADES:
De acuerdo a las distintas propiedades de las relaciones de conjuntos, escriba al menos un ejemplo de cada propiedad.

<u>RELACIONES DE ORDEN.</u>

Son las que se dan en las transitivas y antisimétricas.

<u>RELACIONES DE EQUIVALENCIA.</u>

Son las que se dan en las reflexivas, simétricas y transitivas.

<u>FUNCIONES.</u>

Una función es una relación que se forma de acuerdo a una ley. Al conjunto **A** se le llama dominio y al conjunto **B** contradominio. Cada uno de los elementos del conjunto **A** deben relacionarse con los elementos del conjunto **B,** solamente una vez.
Ejemplo:

Los Aztecas se establecieron en México, los Mayas en Guatemala y los Incas en Perú. Según la ley "se establecieron en".

Establecer la función:

A	Se establecieron en	B
A	Se establecieron en	M
M	Se establecieron en	G
I	Se establecieron en	P

R (A, B) = { (Azteca, México), (Mayas, Guatemala), (Incas, Perú) }

ACTIVIDADES:

De acuerdo a la ley de las funciones, escribir cinco ejemplos más.

9. ADICIÓN, SUSTRACIÓN, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN.

Realizar 5 sumas, 5 restas, 5 multiplicaciones y 5 divisiones.
Solución de situaciones problemáticas de la vida diaria por medio de las cuatro operaciones básicas.

UNIDAD. 2

CONTENIDOS.

CONJUNTOS NUMERICOS

CONJUNTOS NUMERICOS

1. CONJUNTOS NÚMERICOS.

CONCEPTO DE NÚMERO.

Número es una idea de cantidad, que representa a todos los conjuntos coordinables.

CONJUNTO DE NÚMEROS NATURALES (N).

El número natural surgió ante la necesidad de contar. El primer número que se utilizó constituye el número natural. Conforme el hombre fue evolucionando surgieron diversas clases de números naturales, que actualmente se conoce como Conjunto de Números Naturales, el cual se simboliza con la letra N, y está integrado de los siguientes elementos:

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12... }.

NÚMERO Y NUMERAL.

Los números forman parte del universo de nuestras ideas, por lo que la idea de número será igual en cualquier lugar, en cualquier tiempo y para cualquier persona. Lo que sí cambia es el símbolo que se utilice para representar ese número. Por ejemplo: En la numeración Arábiga, la Romana y Maya el número cinco se escribe con diferentes símbolos.

En conclusión podemos decir que el símbolo usado se llama numeral y la cantidad que se impregna en la mente es el número.

EL NÚMERO NATURAL COMO UN SISTEMA NUMERICO.

La secuencia y combinación de numerales da origen a un sistema de numeración.

Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas para combinarlos, capaz de nombrar y representar a todos los números. Con el conjunto de los números naturales se pueden realizar operaciones como suma, resta, multiplicación y división.

Los números naturales obedecen a un orden, que sean mayores, menores o iguales.

$>$ **mayor que**
$<$ **menor que**
$=$ **igual a**

LOS NÚMEROS NATURALES COMO UNA CLASE DE EQUIVALENCIA.

El conjunto de los números naturales es una propiedad común a diversos conjuntos y establece una relación de igualdad, con relación a la cardinalidad.

Ejemplo:

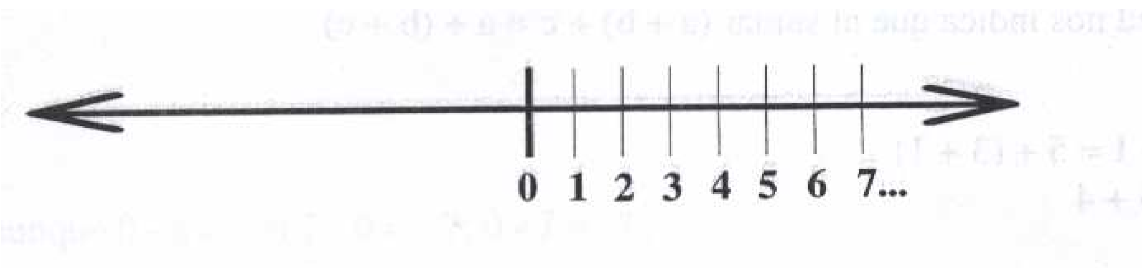
Las cinco vocales. **A** = { a, e, i, o, u } **n (A)** = 5 (La cardinalidad de **A** = 5 elementos)
Cinco continentes. **B** = { a, b, c, d, e } **n (B)** = 5 (La cardinalidad de **B** = 5 elementos)

En los ejemplos anteriores, se establece una relación de igualdad en cuanto a la cardinalidad, la cual se simboliza con la letra **n** minúscula, dando origen a las propiedades: Reflexiva, simétrica y transitiva; que caracteriza a la relación de equivalencia.

REPRESENTACION GEOMÉTRICA DEL NUMERO NATURAL.

Esta representación consiste en situar los números en una línea recta. Podemos escoger cualquier punto de dicha línea para colocar el primer número natural que en este caso es el cero que da origen. Un segundo punto que se coloque en la recta definirá un segmento unitario, con un tamaño arbitrario, según sea la necesidad.

Ejemplo:



2. OPERACIONES EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES.

ADICIÓN.

Es la unión de elementos de dos o más conjuntos, que también se llama suma y los representamos así: **A+B**

Ejemplo:

$A = \{a, e, o\}$
$B = \{i, u\}$

$$\text{Card.}(A \cup B) = \text{Card.}(A) + \text{Card.}(8)$$
$$5 = 3 + 2$$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN.

Cerradura.

Esta propiedad nos indica que el resultado de la suma de números naturales es otro número natural.

Ejemplo:
5 es un número natural
3 es un número natural
5 + 3 = 8 también es un número natural.

Conmutativa.

Esta propiedad nos indica que no importa el orden de la colocación de los sumandos, el resultado será que el mismo.

Ejemplo:
5 + 3 = 3 + 5 ó a + b = b + a

Asociativa.

Esta propiedad nos indica que al sumar (a + b) + c = a + (b + c)

Ejemplo:
(5 + 3) + 1 = 5 + (3 + 1)
8 + 1 = 5 + 4
9 = 9

NOTA: Para operar, primero se suman los elementos que están entre paréntesis y luego los que están afuera.

Elemento Neutro.

Un elemento neutro es un elemento escogido entre los naturales, que podemos simbolizarlo con la
letra **n**.

Ejemplo:
a + n = a **ó** 7 + 0 = 7

n + a = a **ó** 4 + 7 = 7

ACTIVIDADES:
Operar según las indicaciones:

1. **Aplicando la propiedad conmutativa operar los siguientes números: 815 + 3250, en las dos formas posibles.**
2. **Aplicando la propiedad asociativa operar los siguientes números: 115 + 89 + 2036, en las dos formas posibles.**
3. **Sumarlos números: 234283 + 9786534 + 24150786 =**
   112334 + 2234550 + 66543875 =
   9 + 68 + 840 + 5439 + 6521006 =
   5748 + 45 + 37489 + 8 + 97866 =
   987645698 + 99776543124659 =
4. **Elaborar cinco problemas de la vida diaria, que puedan resolverse por medio de la suma de números naturales.**

SUSTRACCIÓN.

La sustracción o resta es una operación opuesta a la adición.

Ejemplo:
8 – 5 = 3 entonces 3 + 5 = 8

El ejemplo anterior se puede definir así: a - **b = c** => **c + b = a, siendo a, b, c naturales.**

Con esta definición, en la resta con números naturales, **a** debe ser mayor que **b.**
Ejemplo: **8 > 5**

PROPIEDADES EN LA SUSTRACCION DE NUMEROS NATURALES.

Neutro.

El neutro es el 0.

Ejemplo:
a – 0 = a (aunque 0 – a = - a) 7 – 0 = 7 ; 0 – 7 = - 7

No Conmutativa.

Ejemplo:
15 – 9 9 - 15 (15 menos 9 no es igual que 9 menos 15)
a - b b – a

Cerradura.

Porque si a y b pertenecen a un número natural, c también.

Ejemplo:

15 - 10 = 5 N   en donde   15 > 10

a – b = c N   en donde   a > b

No Asociativa.

Ejemplo:

(23 - 11) - 2   23 - (11 - 2)   10   12

12 – 2   23 - 9   (a - b) – c   a - (b - c)

OPERACIONES Y PROBLEMAS DE APLICACIÓN EN LA SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES.

1. Una señora fue al mercado a comprar el día sábado. Llevaba Q400.00, gastó Q239.87 ¿Con cuánto de dinero regresó la señora a su casa?.

Q 400.00
- Q 239.87
Q 160.13

2. De Guatemala a Totonicapán hay 198 kilómetros. Con el anterior gobierno asfaltaron 120 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros faltan por asfaltarse?.

198
-120
178

ACTIVIDADES:
Elaborar 5 problemas de la vida real y resolverlas por medio de una sustracción de números naturales.

Operar las siguientes sustracciones:

32434689 - 24388970 =
96410064 - 9966452 =
7564440 - 69883 =
100000000 - 68953865 =
10029900 - 998539 =

MULTIPLICACIÓN.

La multiplicación se indica con el signo “” (por). Algunas veces se utiliza un punto para indicar la multiplicación de dos o más números, y otras veces se utilizan paréntesis.

Ejemplos:

3 4 = 12
3 . 4 = 12
(3) (4) = 12

La multiplicación también recibe el nombre de producto. Llamaremos producto de **a** por **b** al número de elementos del producto cartesiano **A B.**

Existe una relación directa entre la definición de producto de números naturales y producto cartesiano.

Ejemplo:

A = {a, b, c}
B = {1, 2, 3}
A B = {(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 1), (c, 2), (c, 3) }
A B = 9 (parejas ordenadas).

PROPIEDADES EN EL PRODUCTO DE LOS NÚMEROS NATURALES.

Cerradura.

El resultado que se obtiene de la multiplicación de números naturales es otro número natural.

Ejemplo:

3 8 = 24 (el 3 y el 8 son factores de la multiplicación llamados números naturales, el 24 es el producto que también es un número natural).

Conmutativa.

Esta propiedad nos indica que el orden de colocación de los factores no altera el producto. En forma simbólica se escribe así: **a . b = b . a**
Ejemplo:
4 3 = 12   ó   3 4 = 12

Asociativa.

Esta propiedad indica que al multiplicarse tres o más factores, sin importar como se asocian, el resultado ese] mismo. En forma simbólica se escribe así: **(a . b) . c   = a . (b . c)**

Ejemplo:

1) 3 4 5 2   = 120
(3 4) (5 2) = 120
12   10   = 120

2) 3 (4 5) 2 = 120
3   20   2 = 120
60   2 = 120

3) (3 5) (4 2) =120

15 8 = 120

4) 3 2 5 4 = 120

NOTA: La asociación siempre se hace de dos en dos.

PROPIEDAD MODULATIVA

El módulo o elemento neutro de la multiplicación es el 1, porque todo número multiplicado por 1 da el mismo número

Ejemplos:

a l = a

12 1 = 12

1 12 = 12

PROPIEDAD ANULATIVA

Todo número multiplicado por cero da cero.

Ejemplos:

4 0 = 0

0 4 = 0

Propiedad Distributiva De La Multiplicación Respecto a La Adición.

El producto de un factor por una suma, es igual a la suma del producto del factor, por cada sumando. Simbólicamente se explica: **a (b + c) = a b + a c**

Ejemplo:

4 (3 + 5) = (4 3) + (4 5)

4 (8) = 12 + 20

32 = 32

Propiedad Distributiva De La Multiplicación Respecto a La Sustracción.

El producto de un factor por una diferencia o resta, es igual a multiplicar el factor por el minuendo y restarle el producto del factor por el sustraendo; simbólicamente se explica así: a (b - c) = ab - ac

Ejemplo:

5 (8 - 4) = (5 8) - (5 4)

5 (4) = 40 - 20

20 = 20

ACTIVIDADES:

Expresar las siguientes adiciones como producto. El ejercicio cero te sirve de ejemplo:

0. 8 + 8 + 8 + 8 = 32 4 8 = 32

1. 100 + 100 + 100 + 100
2. 5000 + 5000 + 5000 =
3. 400 + 400 + 400 + 400 + 400 =
4. 333 + 333 + 333 =
5. 750 + 750 + 750 + 750=

Resuelve las siguientes operaciones:
1. 85746 354 =
2. 69 + 502 76 + 308
3. 36 (57 + 92) =
4. 547 648 + 987 89 =
5. (7464 + 342) 169 =

Buscar 5 problemas que puedan resolverse mediante una multiplicación, el ejercicio cero sirve de ejemplo:
0. Una camioneta corre a una velocidad de 80 kilómetros por hora. Cuántos kilómetros recorre en 5 horas. 80 5 = 400

Respuesta: Una camioneta recorre 400 kilómetros en 5 horas.

DIVISIÓN.

La división es la operación inversa de la multiplicación. La división se usa para determinar el número de veces que un número contiene a otro.

Ejemplo:
12 4 = 3 3 4 = 12

En conclusión, la división en función de la multiplicación se define así: **a ÷ b = c => c b = a** (a es el dividendo, **b** el divisor y **c** el cociente)

ACTIVIDADES:
Realizar las siguientes divisiones, procurando llevar los procedimientos necesarios para resolver divisiones con cantidades grandes:

3928476 30 =
97327896 58 =
783726105 5 =
392801 7 =
39584 14

Elaborar 5 problemas que puedan resolverse mediante una división, el ejercicio cero sirve de ejemplo:

0. Un albañil recibió Q960 por haber trabajado 24 días en la reparación de una vivienda. ¿ Cuántos quetzales diarios cobró dicho albañil?. 960 ÷ 24 = 40

Resultado: El albañil cobró 40 quetzales diarios.

POTENCIACIÓN.

Es una operación de dos números, uno llamado base y otro llamado exponente, que indica las veces que la base se toma como factor de sí misma. Simbólicamente se escribe así:

Ejemplos:

$6^3 = 6\ 6\ 6 = 216$
$4^4 = 4\ 4\ 4\ 4 = 256$
$8^2 = 8\ 8 = 64$
$9' = 9$

NOTA: Cuando se expresa una potencia, no se colocan los factores que la integran, solamente la potencia y el valor final, tomemos los ejemplos anteriores y veamos como debe expresarse:

CASOS DE LA POTENCIACIÓN.

Base a La Cero.

Toda base elevada a un exponente “ 0 “ (cero) será igual a uno.
Ejemplos:

Base a La Uno o a La Prima.

En los números naturales, cualquier base elevada a la 1 será igual a sí misma: Ejemplo:

$450^1 = 450$

Base a La Dos o A1 Cuadrado.

En los números naturales cualquier base elevada al exponente 2 será igual a multiplicar la base dos veces por sí misma. Ejemplo:

$25^2 = 25 . 25 = 625$

Base a La Tres o Al Cubo.

Toda base elevada al exponente 3 o al cubo será igual al producto de la base multiplicada tres veces por sí misma. Ejemplo:

$6^3 = 6 . 6 . 6 = 216$

Base Uno a Cualquier Exponente.

Cuando la base es 1 elevada a cualquier exponente, el resultado será uno. Ejemplo:

Potencia a Otra Potencia.

Para elevar una potencia a otra potencia, se multiplican los exponentes y luego la base se eleva a ese producto. Ejemplo:

$(3^2)^3 = 36 = 3 . 3 . 3 . 3 . 3 . 3 = 729$

OPERACIONES ENTRE POTENCIAS.

Multiplicación De Potencias De La Misma Base.

Para realizar este tipo de operaciones, solo se copia la base y se eleva a la suma de sus exponentes, simbólicamente se escribe así:

Ejemplo:

$3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^1 = 3^7 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2187$

Multiplicación de Potencias Con El Mismo Exponente

Para realizar este tipo de operaciones, se multiplican las bases y este resultado se eleva al mismo exponente, simbólicamente se escribe así:

$3^2 \times 5^2 \times 2^2 = (3 \times 5 \times 2)^2 = 30 \times 30 = 900$

División De Potencias De La Misma Base

Para realizar esatas operaciones, se copia la base, s restan los exponentes y se opera normalmente. Simbólicamente se representa así:

Ejemplo:

$4^5 \div 4^2 = 4^{5-2} = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

División De Potencias de Igual Exponente

Para este tipo de operaciones, se dividen las bases y se copia el exponente. Ejemplo:

ACTIVIDADES:

Realizar las siguientes operaciones, de acuerdo a los diferentes casos de la potenciación.

1. $6^3 \times 2^3 \times 4^3 =$
2. $7^3 \times 7^2 =$
3. $8^0 \times 9^0 \times 4^0 =$
4. $10^8 \times 10^3 =$
5. $6^5 \times 2^5 \times 4^5 =$
6. $4^3 \div 2^3 =$
7. $5^{10} \div 5^4 =$
8. $15^2 \div 3^2 =$
9. $(9^2)^3 =$
10. $(3^1)^2 \times (3^2)^2 =$

<u>RADICACIÓN:</u>

La radicación es una operación inversa a la potenciación, que consiste en encontrar la base de una potencia dada, que elevada a la potencia del índice, nos da la subradical. Simbólicamente se representa así: $\sqrt[n]{a = \text{b}}$

$$\sqrt[3]{8=2} \leftarrow \text{Raíz}$$

Indice de la raíz $\uparrow \uparrow$ Subradical

NOTA: Cuando se trata de raíz cuadrada, no se escribe su índice 2.

$\mathit{Ejemplos}$:

$\sqrt{16=4}$ se lee raíz cuadrada de 16 igual a 4. Porque $4^2 = 16$

$\sqrt{81=9}$ se lee raíz cuadrada de 81 igual a 9. Porque $9^2 = 81$

$\sqrt[3]{8=2}$ se lee raíz cúbica de 8 igual a 2. Porque $2^3 = 8$

$\sqrt[4]{81=3}$ se lee raíz cuarta de 81 igual a 3. Porque $3^4 = 81$

$\sqrt[5]{32=2}$ se lee raíz quinta de 32 igual a 2. Porque $2^5 = 32$

<u>Forma De Hallar Raíces Exactas</u>

Para hallar raíces exactas, se recomienda descomponer la subradical en sus factores primos. (Los números primos son los que se dividen solamente por ellos mismos o por la unidad).

Ejemplo:

Hallar:

Para hallar la raíz cúbica de 125, o cualquier otro número, empezaremos por comprobar si tiene mitad, tercera, quinta parte, etc, hasta establecer el factor pprimo, que ierá dividiendo en orden descendente hasta llegar a la unidad.

Ejemplo:

Descomponer en sus factores primos 125

Con este ejemplo podemos ver que la base es 5, está repetido 3 veces. Al escribirlo nos da ,con este resultado hemos necontrado que la raíz cúbica de 125 es igual a 5.

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

<u>Raíz De Un Producto.</u>

Este tipo de operaciones se realiza sacándoles la raíz a cada subradical, las raíces que se obtienen se multiplican entre sí, ese producto es el resultado.

Ejemplo:

<u>Raíz De Un Cociente.</u>

Para esta clase de operaciones, se saca la raíz por separado del dividendo y del divisor, ese será el resultado.

Ejemplo:

$$81\times 36=\sqrt{81}\times\sqrt{36}=9\times 6=54$$

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

<u>Raíz De Un Producto.</u>

Este tipo de operaciones se realiza sacándoles la raíz a cada subradical, las raíces que se obtienen se multiplican entre sí, ese producto es el resultado.

Ejemplo:

<u>Raíz De Un Cociente.</u>

Para esta clase de operaciones, se saca la raíz por separado del dividendo y del divisor, ese será el resultado.

Ejemplo:

$$\sqrt{\frac{36}{64}}=\frac{6}{8}$$

Raíz de una raíz.

Para resolver este tipo de operaciones, se multiplican los índices de las raíces, el producto queda como raíz de la subradical indicada, luego se resuelve normalmente.

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3\times 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$$

Raíz De Una Potencia.

Para estas operaciones, se saca el exponente que está dentro de la raíz, se opera normalmente, al resultado se le agrega el exponente.

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{27^2} = \left(\sqrt[3]{27}\right)^2 = 3^2$$

NOTA: A toda raíz se le puede equivaler una potencia con exponente fraccionario.
Ejemplo:

$$\sqrt[3]{272} = 27^{2/3}$$

EJERCICIOS:

De acuerdo a las propiedades de la radicación, elaborar operaciones y encuentre las raíces.

PROCEDIMIENTO PARA LA RAÍZ CUADRADA EXACTA E INEXACTA PARA CANTIDADES GRANDES

Hay muchos números que no tienen raíz cuadrada exacta, porque no existe ningún número que elevado al cuadrado dé como resultado dicho número. Tal es el caso de la cantidad ; que a continuación se explican los pasos que deben darse para encontrar la raíz entera de ella.

a) Se separa la subradical en períodos de dos cifras, comenzando por la derecha:

$$\sqrt{37'39}$$

b) Se extrae la raíz cuadrada del primer período de la izquierda.

$$\sqrt{37'39} \qquad = 6$$

c) Se eleva al cuadrado la raíz hallada y se resta dicho valor al primer período.Se escribe a continuación del resto del segundo período y se separa la cifra de las unidades.
d) Se duplica la raíz encontrada parcialmente, colocándola debajo de la misma.

e) La primera cifra de la izquierda, se divide entre la raíz que se duplicó. En este caso sería 13 12 = 1

f) El resultado de la pequeña división se coloca a la derecha del número duplicado, luego se multiplica por el mismo número agregado.

g) El resultado de la multiplicación se le resta a la subradical.

h) El número que se agregó al doble de la raíz parcial, se agrega a la primera raíz encontrada, que en este caso es 6. Así, la raíz de 3739 es 61.

El ejemplo que hemos visto es una raíz cuadrada inexacta. La raíz cuadrada de dicha cantidad es 61 A1 elevar al cuadrado dicha cantidad, nos da 3721 + 18 = 3739.

ACTIVIDADES:
Encontrar las siguientes raíces indicadas, utilizando el método descrito anteriormente:

$\sqrt{5438} =$

$\sqrt{68685} =$

$\sqrt{653910} =$

$\sqrt{1325653} =$

$\sqrt{87620755} =$

3. DIVISORES Y MÚLTIPLOS.

Un número es divisible entre otro número dado, cuando es posible dividirlo en partes exactas.

Ejemplos:
10 es divisible entre 1, 2, 5 y 10
9 es divisible entre 1, 3, y 9.

Así decimos que, todo número que divide a otro número exacto de veces es divisor de éste.
Al resultado de la multiplicación de un número por otro, decimos que es el múltiplo de otro número.

Ejemplo:
10 es múltiplo de 1, 2, 5, 10

Porque 1 10 = 10
2 5 = 10
5 2 = 10
10 1 = 10

ACTIVIDADES:

Definir qué es un divisor y un múltiplo, a continuación escribir divisores y múltiplos de los 20 primeros números.

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS.

Números Primos.

Son aquellos que son divisibles únicamente entre sí mismos y la unidad.

Ejemplos:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... (El único número primo par es e12)

Números Compuestos.

Número compuesto es el que es divisible entre otro número natural más pequeño que él y en el que no se considera al número 1.

Ejemplos:

8 es un número compuesto porque es divisible entre 4 y 2, y son menores que él.
15 es un número compuesto porque es divisible entre 5 y 3, y son menores que él.

ACTIVIDADES:

Definir qué es un número primo y un número compuesto.
Entre los numerales de 1 a 100, clasificar los números primos y los números compuestos.

4. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD.

Divisibilidad Por 2 (Mitad).

Un número es divisible por 2 cuando termina en **0** ,o en número par.

Ejemplos : $10 \div 2 = 5$; $40 \div 2 = 20$; $38 \div 2 = 19$; $56 \div 2 = 28$

Divisibilidad Por 3 (Tercera).

Un número es divisible entre 3 cuando la suma del valor absoluto de sus cifras da como resultado un múltiplo de tres.

Ejemplos:

21 (2 + 1 = 3, tres es un múltiplo de tres, por lo tanto 21 ÷ 3 = 7)

342 (3 + 4 + 2 = 9, nueve es un múltiplo de tres, por lo tanto 342 ÷ 3 = 114)

756 (7 + 5 + 6 = 18, dieciocho es un múltiplo de tres, por lo tanto; 756 ÷ 3 = 252)

<u>Divisibilidad Por 5 (quinta).</u>

Un número es divisible entre 5 cuando este termina en cero o en cinco.

Ejemplos:

345 ÷ 5 = 69; 100 ÷ 5 = 20; 2115 ÷ 5 = 243; 3000 ÷ 5 = 600

<u>Divisibilidad Por 10, 100, 1000, etc.</u>

Un número es divisible entre diez, cien, mil etc., cuando la última cifra de un número termina en uno, dos, tres o más ceros.

Ejemplo:

2340 ÷ 10 = 234
463537000 ÷ 100 = 4635370
98000 ÷ 1000 = 98

<u>Divisibilidad por 25 (Veinticincoava).</u>

Un número es divisible entre 25, si sus dos últimas cifras forman un número múltiplo de 25.

Ejemplo:

1750 ÷ 25 = 870 (Las dos últimas cifras formadas por cincuenta es múltiplo de 25).

<u>Todo Número Es Divisible Por Sí Mismo.</u>

Ejemplos:

438 ÷ 438 = 1;
347819 ÷ 347819 = 1

<u>Todo Número Es Divisible Por Uno, Ya Que Todos Los Números Son Múltiplos De Uno.</u>

Ejemplos:

5647 ÷ 1 = 5647

347589 ÷ 1 = 347589
19870 ÷ 1 = 19870

MINIMO COMUN MULTIPLO.

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números es el menor número que divide exactamente a cada número dado. El m.c.m. contiene el mayor número de todos los factores primos que aparecen en cada uno de los números dados.

Ejemplo:
Encontrar el m.c.m. de los numerales 27, 63 y 75.

Encontramos el m.c.m. de los numerales escritos en el ejemplo anterior, descomponiendo cada uno de ellos, en sus factores primos, empezando por sacarles, mitad, tercera, quinta, séptima parte, etc. En este caso ninguna cantidad tiene mitad, por eso empezamos por sacarles tercera parte a quienes tienen, luego quinta y por último séptima parte, hasta dejar el factor 1 en todos los numerales.

Multiplicamos entre sí, todos los factores primos obtenidos, así: 3 3 3 5 5 7 = 4725 (este es el m.c.m. de 27, 63 y 75, porque este es el menor número que puede dividirse entre las cantidades mencionadas).

MAXIMO COMUN DIVISOR.

Es el mayor número que es divisor de los números dados. Su abreviatura es (M. C. D.). Ejemplo:

Encontrar el M.C.D. de 9, 15 y 27.

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Encontramos el M.C.D. de dichos numerales, descomponiendo cada uno de ellos en sus factores primos. El numeral que se repite en los numerales 9, 15 y 27 es el 3, por lo tanto este es el M.C.D.

ACTIVIDADES:

Indicar el Mínimo Común Múltiplo y el Máximo Común Divisor de las siguientes cantidades: 5436, 6758, 100, 24 y 6453.

5. SISTEMAS DE NUMERACION.

Existen varias maneras de escribir un número: Los árabes, los romanos, los Mayas, etc., tienen un sistema de numeración distinto uno de otro.

SISTEMA NO POSICIONAL.

Se llama así al sistema de numeración que utiliza numerales que no dependen del lugar que ocupan, como el caso de la numeración romana. Sus símbolos son los siguientes:

I	**=**	**uno**	**C**	**=**	**cien**
V	**=**	**cinco**	**D**	**=**	**quinientos**
X	**=**	**diez**	**M**	**=**	**mil**

Estos numerales son sumados o restados, según estén a la derecha o a la izquierda, colocándose como máximo tres veces un mismo símbolo. Un numeral menor colocado a la izquierda de otro mayor, resta. Un numeral menor colocado a la derecha de otro mayor, suma.

Ejemplos:

III	=	tres	IX	=	nueve
IV	=	cuatro	X	=	diez
V	=	cinco	XI	=	once
VI	=	seis	XIV	=	catorce

SISTEMA POSICIONAI.

Se llama así porque los símbolos individuales cambian su valor según su posición en el número escrito, dándose lo que se llama valor relativo y el valor absoluto del número.

SISTEMA DECIMAL.

Este sistema se inició en la India y fue introducido a Europa por los árabes, por eso se le llama números indoarábigos o sistema arábigo. Este usa diez símbolos que son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. En este sistema los símbolos pueden usarse solos o acompañados. Cuando se usan solos se les llama dígitos. Cuando se usan acompañados se les llama polidígitos.

El sistema decimal o de base 10 comprende varios “ordenes”; al conjunto de 10 unidades se le llama decena, al conjunto de 10 decena se le llama centena, al conjunto de 10 centenas se le llama mil o millar, así sucesivamente. Los órdenes forman las clases, de unidades simples, millares, millones, millares de millón, billones, etc. Y estas a su vez forman períodos.

La cantidad que aparece en el cuadro anterior, según el orden que presenta, se lee:

Tres mil billones, ciento cincuenta y seis billones, cuatrocientos ochenta y tres mil millones, Diecinueve millones, treinta y dos mil, ochocientos cincuenta y seis = 3,156$_2$483,019$_1$032,856

NOTA: Para separar cualquier cantidad grande, debemos empezar de derecha a izquierda, agrupando los órdenes, en clases de tres en tres, separándolas con una coma para los millares, un uno pequeñito para los millones, un dos pequeñito para los billones, un tres pequeñito para los trillones, etc.

Los números menores que la unidad también permiten este sistema, por medio de órdenes descendentes. Los órdenes para los enteros crecen a partir del cero hacia la izquierda en unidades, decenas y centenas. Los órdenes para las cantidades menores que la unidad, decrecen a partir del cero hacia la derecha, en décimos, centésimos, milésimos, diezmilésimos, cienmilésimos, millonésimos, etc.

El punto decimal es el símbolo que separa en un mismo numeral, las cifras de los enteros con los no enteros; (en otros lugares, emplean la coma decimal para hacer dicha separación).

Ejemplos:

1) $9_1756,429.327$ = Nueve millones, setecientos cincuenta y seis mil, cuatrocientos Veintinueve enteros; trescientos veintisiete milésimos.

2) 5617.45361 = Cinco mil seiscientos diecisiete enteros; cuarenta y cinco mil trescientos sesenta y un cien milésimos.

ACTIVIDADES:

1. Escribir con letras los siguientes numerales:
9574639
162876004
81665830896
7276.812
25.46394

2. **Escribir con numerales las siguientes cantidades:**
   - **a) Seis millones, quinientos ochenta y cuatro mil, cuatro.**
   - **b) Ocho mil millones, trescientos treinta y tres millones, ciento dos mil, ochocientos noventa.**
   - **c) Cuatro mil enteros, doscientos cincuenta y un milésimos.**
   - **d) Trescientos cuarenta enteros, un centésimo.**
   - **e) Un entero, dos milésimos.**

<u>SISTEMA BINARIO.</u>

El sistema binario se utiliza en las computadoras. Un número binario cualquiera se puede representar, por ejemplo, con las distintas posiciones de una serie de interruptores. La posición “Encendido” corresponde al 1, y “apagado” a1 0. Además de interruptores, también se pueden utilizar puntos imantados en una cinta magnética o disco: un punto imantado representa al dígito 1, y la ausencia de un punto imantado es el dígito 0. Los biestables (dispositivos electrónicos con sólo dos posibles valores de voltaje a la salida y que pueden saltar de un estado al otro mediante una señal externa) también se pueden utilizar para representar números binarios. Los circuitos lógicos realizan operaciones con números en base 2. La conversión de números decimales a binarios para hacer cálculos, y de números binarios a decimales para su presentación, se realiza electrónicamente.

Este sistema está formado por dos dígitos, el 0 y el 1, los que se van cambiando de posición en los órdenes y clases. Para diferenciar estos numerales con otros sistemas, se les coloca a la derecha un subíndice dos, por ejemplo: 1110_2, 0101001_2, 11100000_2.

El sistema binario tiene como sistema exponencial la base 2, elevado a un exponente según el orden que ocupa el numeral, así: 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, etc.

De acuerdo a la suma hecha, el número , en el sistema decimal equivale al número 109.

Para comprobar cuánto equivale 109 en el sistema binario, se divide dicho numeral entre 2, hasta que el cociente sea 1. El residuo de cada división se anota de derecha a izquierda en orden sucesivo. La última cifra de la izquierda del numeral de base 2, es el último cociente de la división.

Ejemplo:

$109 \div 2 = 54$ residuo 1
$54 \div 2 = 27$ residuo 0
$27 \div 2 = 13$ residuo 1
$13 \div 2 = 6$ residuo 1
$6 \div 2 = 3$ residuo 0
$3 \div 2 = 1$ residuo 1

$109 = 1101101_2$

ACTIVIDADES:

1. Convertir al sistema binario los siguientes numerales: **180**
90
100
71
275

2. Convertir al sistema decimal los siguientes numerales: **1111011_2 =**
101011101_2 =
10101010_2 =
1000100011_2 =
111101_2 =

AJILAB'AL MAYA

LE UJEQETAJIK

Le ajilab'al Maya xkiwok kan le eqati't qaman, ojer, chijun juq'o' jok'al junab' chirij le ujeqetajik le kojb'al xk'iyloq che le K'ojoloxel, lexrip cho ri che'.

K’i xupatanij le ajilab’al maya che le unamirsaxik le jalajoj taq no’jib’al xuya rib’ pataq ri ki jolom ri eqati’t qamam. Rumal ne le ajilab’al, xekwinik xe choman chirik taq le ch’umil, le q’ij, le ik’, ek’o chole kaj.

Le ajilab’al maya, k’o ujeqb’alil uk’isb’alil pa jun winaq. Pa le ajilab’al maya, k’o uk’exb’alil le rajilab’al are kuj qaj chu cholik, chutz’ib’axik. K’o oxib’ uwach le utz’ib’axik le ajilab’al maya kakojik. Le jun laj t’orot’ik rajil jun, le jun la che’ rajil job’ xuquje’ le jun lalj t’ot’, le kk’utu are jampa’ ka woktaj jun winaq. Jasche, je’ utzib’axik kab’anik, rumal nuk’uche le are kkoj le ixim, kinaq’, alajtaq ab’aj, alaj taq che’, xuquje’ le t’ot’, le kotz’i’j, are kko’o che le ajilanik le eqatat qanan.

Le ajilab’al maya are qas nab’e ajilab’al jeqetajloq choch uwachulew le k’o uk’exb’alil are jawje’ ri uk’olib’al kya le ajilab’al.

Le ajilab’al maya, kutun rib’ are kok jun che le ajilanem. Ku’b’ana’ jetane xa kapaqi’ jun cho jun ja’ re k’i taa piso k’o chupam. Pa le nab’e k’olib’al jun laj t’orot’ik rajil jun winaq, pa le ukab’ k’olib’al jun la t’orot’ik rajil jun jun tok’, ke cha jujun chech, xuquje’ juq’o’, k’o ke b’in che. Pa le urox q’at le jun t’orot’ik rajil juchuy.

Pataq le jalajoj taq ch’ab’al maya k’o pa le qa tanamit, le Juwinaq ku ya rib’ rumal che le kkoj le uwi’taq q’ab’aj, uwi’ taq aqanaj pa le ajilanem. Le ija’ kkoj pataq le ajilanen, ku ya ub’ixikal jun k’ak’ k’aslemal, ka jeqetajik, jacha tane ri nimalaj uq’ij le Ajaw.

AJILAB’AL MAYA RE JUWINAQ

AJILAB’AL MAYA K’ICHE’	UB’IXIKAL LE AJILAB’AL	AJILAB’L ARÁBIGO
•	Jun	1
••	Kyeb’	2
•••	Oxib’	3
••••	Kajib’	4
—	Job’ , Jo’ob’	5
• —	Waqib’	6
•• —	Wuqub’	7
••• —	Wajxaqib’	8

	B'elejeb'	**9**
	Lajuj	**10**
	**Julajuj**	**11**
	**Kab'lajuj**	**12**
	**Oxlajuj**	**13**
	**Kajlajuj**	**14**
	Jolajuj	**15**
	**Waqlajuj**	**16**
	**Wuqlajuj**	**17**
	**Wajxaqlajuj**	**18**
	**B'elejlajuj**	**19**
	**Juwinaq**	**20**

LE REJILB'AL LE AJILAB'AL MAYA ARE TAQ KAK'IYARIK

K'OLIBA'AL	AJILAB'AL	UK'IYISAXIK LE AJILAB'AL	RAJILB'ALIL LE AJLAB'AL
Ukaj	•	20^3	1 x 8000 = 8000
Urox	•	20^2	1 x 400 = 400
Ukab'	•	20^1	1 x 20 = 20
Nab'e	•	20^o	1 x 1 = 1

Ejemplos:

Hallar el valor de los siguientes numerales mayas, en el sistema decimal:

𝋦	6 x 8000 = 4800
𝋩	9 x 400 = 3600
𝋠	0 x 20 = 0
𝋣	3 x 1 = 3

= 51,603

𝋯	15 x 400 = 6000
𝋠	0 x 20 = 0
𝋨	8 x 1 = 8

= 6008

<u>LE JALAJOJ TAQ UB'I'NAM LE AJILAB'AL MAYA</u>

Pa le qach'ab'al K'iche' xuquje' pa le nik'aj taq ch'ab'al mayab', k'o taq uk'exb'alil le ub'ixikal le ajilab'al. Le jun xb'anow che are le kopanem le españolib' pataq le qa tinamit, are xulkesaj k'i taq le qano'jib'al.

<u>LE UK'A'MALIL LE JUJUN TAQ AJILAB'AL MAYA</u>

1. Le ajilab'al: Keb', ki'eb', ka'ib'.

a. Ku ya'o are kkoj le **KA'IB'**, rumal che le are ruk'a'm le uk'amalil le jalajoj taq ajilab'al kuyarib' are jampa' kujajilanik qilamape' jas kuk'ulman are qe'qariqa' le Kawinaq ; kamuch', kaq'o'. Le kub'ij are le kkamulix le ajilab'al

b. Le ch'ab'al Maya Achi ku'b'ana', xaq junam ruk' le qa ch'ab'al K'iche'. Le eqachalal ke'ch'aw pa la' le ch'ab'al achi, are le'aj Baja Verapaz, xuquje' le'aj Rabinal, qas ekojol rech le tzij káib' pa le ajilab'al keb' kuj cha' uj che.

c. We qaqakoj le tzij Káib' pataq le ajilab'al maya K'iche', ka ch'ob'otajik chikixo'l taq nik'aj taq ch'ab'al maya. Qilampe'.

Q'eqchi',	**Ka'ib'**
Jakalteko	**Kab'**
Tz'utujil	**Ka'i'**
Kaqchikel	**Ka'i'**
Poqomchi'	**Ki'b'**
Q'anjob'al	**Kab'**
Mam,	**Kab'**
Awakateko	**Kab'**

2. Acerca de los múltiplos de 20: 400; 8,000; 160,000; 3,200,000; etc:

Los términos para nombrar los múltiplos de veinte, sin desplazar otros vocablos como TUK y MUCH' son los siguientes:

K'al	para	20	unidades.
Q'o'	para	400	unidades.
Chuy	para	8,000	unidades.
K'ala'	para	160,000	unidades.

Le ajilab'al pa juwinaq: K'AL.

1. Kamik pa taq le kichomab'al chijunamal kech le e'mayib' k'iche, are k'a k'o na le ukojik le uk'a'malil le ajilanik **K'AL,** are taq kkib'an ri ajilanik pa juwinaq, are kkikoj we nik'aj taq tzij ri: **JUK'AL** chech 20; **KAK'AL** chech 40; **OXK'AL** chech 60; **KAJK'AL** chech 80; **JOK'AL** chech 100; **WAQK'AL** chech 120; **WUQK'AL** chech 140…, xaq jela' k'a ko'pan pa **B'ELEJLAJK'AL** chech 380.

2. Che taq we q'ij kamik are kkoj chik le **K'AL** are taq kmajtaj ruk' **OXK'AL** (60), che le maj chi uk'exb'alil xaqxu' lo che le **JUMUCH'** (80) xuquje' **OTUK** (200) jun taq wi.

3. Le jun tzij **WINAQ** are kkikoj le tinimit mayib' k'iche' chech ub'ixik jun ajilab'al: veinte, **JUWINAQ** , xuquje' cuarenta, **KAWINAQ,** are qas kkoj chech rajilaxij ik' rech juwinaq q'ij: **WAJXAQWINAQ** (18X20) = wajxaqlajk'al q'ij; **OXLAJUJWINAQ** (13X20) = oxlajk'al q'ij. Jas le kkib'ij le e nima'q taq wuj le kb'ix (Pop Wuj, Titulo de los señores de Totonicapán y memorial de Tecpán Atitlán).

4. Rech utza laj reta'maxik, utz are kkojik le jun tzij **K'AL** chech ronojel le ajilanik pa taq juwinaq.

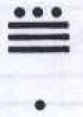
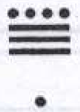
Chech taq le ajilab'al pa taq juq'o': Q'O'.

Le uk'a'malil ajilanik **Q'O'** are kojom pa taq ronojel le wuj le kitzib'am le e winaq ka'nom eta'manik pwi' le tinimit mayab' jawje' kuk'utwachij wi le upatan. Le jun achi ub'i' Brasseur Bourbourg, ajchaq'e le wuj ub'inam "La Gramática de la Lengua Quiché", kub'ij chi le **Q'O'** xaq junam ruk' le uwach kuya' jun che re cacao.

1) CHECH TAQ LE AJILAB'AL PA TAQ JUCH'UY: **CH'UY.**
2) CHECH TAQ LE AJILAB'AL PA TAQ JUK'ALA': **K'ALA'.**

Oxk'al jun	61
Oxk'al B'elejlajuj	79
Jumuch'	80
Jumuch' jun	81...
Jumuch' B'elejlajuj	99
Jo'k'al	100
Jo'k'al jun	101...
Waqk'al	120
Waqk'al jun	121...
Wuqk'al	140
Wuqk'al jun	141...
Wajxaqk'al	160
Wajxaqk'al jun	161...
B'elejk'al	180
B'elejk'al jun	181...

	Lajk'al jun	201
	Julajk'al	220
	Julajk'al jun	221...
	Kab'lajuj k'al	240
	Kab'laj k'al jun	241...
	Oxlajk'al	260
	Oxlajk'al jun	261...
	Kajlajk'al	280
	Kajlajk'al jun	281
	Jo'lajk'al	300
	Jo'lajk'al jun	301...
	Waqlajk'al	320
	Waqlajk'al jun	321.
	Wuqlajk'al	340
	Wuqlajk'al jun	341

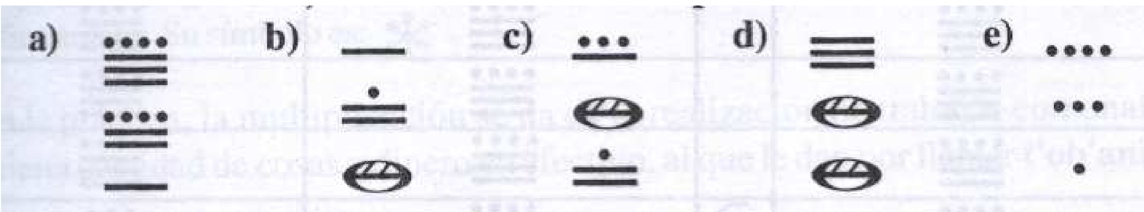
	Wajxaqlajk'al jun	361...
	B'elejlajk'al	380
	B'elejlajk'al jun	381...
	Tok' ó Q' o'	400

CHAK:

1) Pa le awuj rech achak cha tz'ib'aj le ajilanik mayab' le kraj na pa le jun chak xqil kanoq chiqij.

Kq'axaxik we nik'aj taq ajilanik mayab', pa le ajilanik Arábigo.

2) ktz'ib'axik pa ajilanik mayab' we nik'aj taq ajilanik ri:
   450
   1,375
   900
   561
   850
3) ktz'ib'axik pa ajilanik Arábigo we nik'aj taq ajilanik mayab' ri'. Cha wi la na chi no'jimal qas b'anom chech, k'ate k'uri' cha b'ana'.



<u>TUNUJ</u>

Le jun wachib'al ub'i' salq'um are kkoj chech le tunuj, x a lo rumal che ri kumulij xuquje' kujunumaj ronojel ri kuriq par i ub'e. le tunuj xaq junam ruk' mulinik. Rech kb'an jun tunuj pa le ajilab’al mayab’, sib’alaj rajawaxik le uk’exik le ajilanik pa atq juwinaq k’ate k’eri’ ukojik pa le uk’olib’al.

CHAK:
Ub’anik we nik’aj taq chak ri’ ruk’ le utob’anik le jalajoj taq jastaq jacha’tane’: le b’aq’, alaj taq che’, t’ot’ are ne’ kotz’i’j,
K’amb’al no’j:

UNIDAD. 3

CONTENIDOS.

CONJUNTOS DE NÚMEROS ENTEROS

CONJUNTOS DE NUMEROS ENTEROS

1. CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS (Z).

DEFINICIÓN DEL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

El conjunto de los números enteros es fruto de los números naturales y contempla unidades positivas y negativas. Va desde el menos infinito al más infinito. Es mayor que los naturales y estos a su vez están dentro de los enteros.

Las operaciones de la adición y la multiplicación, así como el conjunto de las fracciones con números enteros forman un cuerpo llamado cuerpo de los números racionales. Muchas de las propiedades y características de los números racionales se cumplen también para otros cuerpos, incluso si los elementos y las operaciones para estos otros cuerpos son distintos.

Si examinamos un termómetro, podremos observar que existe una numeración descendente en la que lleva el signo (-) y otra ascendente cuyos números aparecen con el signo (+). Los números que traen el signo ascendente en grados de temperatura indican la subida de la temperatura y los descendentes indican que la temperatura está por debajo de cero.

Lo mismo ocurre en un estado de cuentas: los aumentos de capital que están por encima de cero, andan acompañados por el signo (+) mientras que los gastos o pérdidas están por debajo de cero y definidos por el signo (-).

Estos números también reciben el nombre de positivos o negativos dependiendo del lugar que ocupan.

A esta línea se le da el nombre de recta numérica, cuyo significado es el siguiente:

El valor de cualquier número que no sea 0 tanto positivo como negativo es un valor absoluto.

Ejemplo: Si observamos -8 su valor absoluto es 8 y de + 8 su valor absoluto es 8.
De estos dos números cuyo valor absoluto es 8 el mayor es él +8.

Ejemplo:
Si un amigo me debe Q.100.00, y yo debo a otro amigo Q 150.00, para establecer mi estado económico, debo pensar que lo que me deben es positivo para mí (+), lo que debo

es negativo (-). Este problema es posible resolverlo con la utilización de los números enteros. Veamos:

-   Q. 150.00
+ Q. 100.00
  - Q. 050.00

Respuesta: Mi estado económico es de Q50.00 (o sea que en realidad esa cantidad es la que debo).

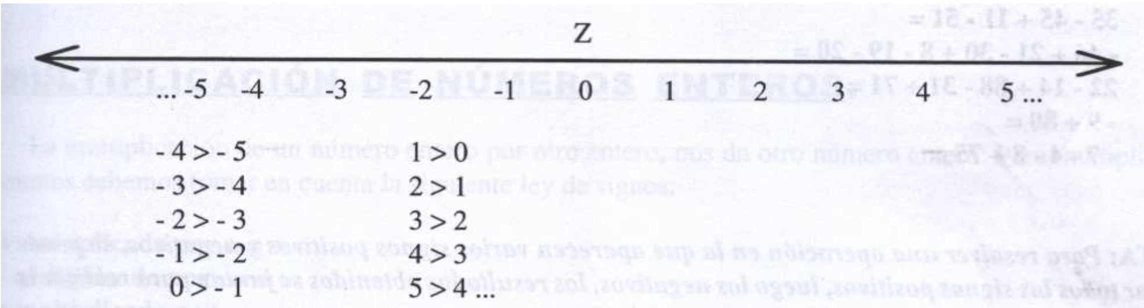
ACTIVIDADES:
Realizar una descripción de las entradas y salidas de tu familia y otra del instituto con números positivos y negativos.

2. ORDENACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

RECTA NUMÉRICA, VALOR ABSOLUTO.

En la recta numérica, un número colocado a la derecha de otro, es mayor que el otro.

Ejemplo:



CONCLUSIONES.

a) Un número positivo es mayor que el de mayor valor absoluto.
b) Un número negativo es mayor, que el de menor valor absoluto.
c) Cuando hay dos números, uno positivo y uno negativo; es mayor el positivo.

Ejemplos:

$+8 > +3$
$-1 > -7$
$+5 > -12$

3. OPERACIONES EN EL CONJUNTO DE LOS ENTEROS.

ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Para llevar a cabo operaciones de adición en el conjunto de los números enteros será preciso juntar los positivos y negativos (+ y -), tomando en cuenta las siguientes reglas:

a) Signos iguales se suman, agregando al resultado, el signo común.
b) Signos contrarios se restan, agregando al resultado el signo del mayor.
Ejemplos:

Sumar.	8 + 5 + 7 + 2	= + 22
	-7 – 3 – 6 - 2	= - 18
	-7 + 4	= - 3
	7 - 4	= + 3

ACTIVIDADES:

Sumar los siguientes números enteros:

a) 4+30+20=
b) -10 -3 -31=
c) -100 + 80 - 20 + 40=
d) 75 - 99=
e) -190 + 90=
f) 35 - 45 + 11 - 51=
g) -46 + 21 - 30 + 8 - 19 - 20=
h) 22 - 14 + 88 - 31 + 71=
i) -9 + 80=
j) -7 - 4 - 8 + 75=

NOTA: Para resolver una operación en la que aparecen varios signos positivos y negativos, se puede sumar todos los signos positivos, luego los negativos, los resultados obtenidos se juntan para realizar la suma final.

Cuando un número no tiene signo, se sobre entiende que es positivo, esto sucede constantemente cuando está al comienzo de una serie de números, o cuando está solo.

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Para la sustracción de números enteros será preciso restar del minuendo el número de elementos que indique el sustraendo.

Para esta clase de operaciones, situamos a un número positivo o negativo dentro de un paréntesis con su signo, para no confundirlo con el signo de la resta (-).

Ejemplos:

8 - (3)	= 8-3	= 5
-8 - (3)	= -8-3	= -11
-8 - (-3)	=-8+3	= -5

NOTA: Cuando aparece un signo menos (-) antes del número que está entre paréntesis. Este saldrá con signo cambiado en el momento de realizar la operación.

Cuando aparece un signo más (+) antes del número que está entre paréntesis. Este saldrá con su mismo signo, en el momento de realizar la operación. Tal como se observa en los ejemplos anteriores.

ACTIVIDADES:
Resolver las siguientes sustracciones de enteros. Los ejercicios 0 te sirven de ejemplo:

0) Restar - 45 de 30
30 - (- 45) = 30 + 45 = 75

0) De -250 restar -346
- 250 - (-346) = -250 + 346 = 96

ACTIVIDADES:
Restar - 754 de 135
Restar 151 de - 438
Restar -855 de 111
De -1468 restar - 6548
De 756 restar – 1000

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

La multiplicación de un número entero por otro entero, nos da otro número entero. Para multiplicar enteros debemos tomar en cuenta la siguiente ley de signos.

+ multiplicado por + = +
- multiplicado por - = +
+ multiplicado por - = -
- multiplicado por + = -

Ejemplos:

(8) (3) = 24
(-8) (-3) = 24
(8) (-3) = -24
(-8) (3) = -24

NOTA: Para facilitar la realización de este tipo de operaciones, primero multiplique los signos, de acuerdo a la ley, y por último los numerales. Si los factores aparecen entre paréntesis, el resultado no irá entre paréntesis. Tal como se demuestra en los ejemplos anteriores.

Veamos otros ejemplos: Con los mismos procedimientos, solamente que cuando aparecen más de tres factores, opere por parejas empezando de izquierda a derecha, las líneas que aparecen en el inferior de las parejas que resultaron de los ejemplos siguientes, le ilustran mejor lo explicado.

Multiplicar:

a) (-5) (-2) (-4) (-8) (3)
(-5) (-2) (-4) (-8) (3) =
(10) (32) (3) = + 960

b) (5) (-3) (-6) (3)
(5) (-3) (-6) (3)
(-15) (- 18) = 270

ACTIVIDADES:
Multiplicar los siguientes números enteros.
(-8) (7) (-5) =
(9) (2) (-4) (-5) =
(-137) (-68) =
(9875) (38) =
(-55) (26) (-14) (48) (-4) (9) =

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Para la división de enteros su resultado es un entero. La ley de signos para la división, es la misma que la de la multiplicación.

+ **dividido entre + = +**
- dividido entre - = +
+ dividido entre - = -
- dividido entre + = -

Ejemplos:
(8) ÷ (2) = 4
(-8) ÷ (-2) = 4
(8) ÷ (-2) = -4
(-8) ÷ (2) = -4

ACTIVIDADES:
Resolver las siguientes divisiones de números enteros:
(-4536) ÷ (82) =
(87650) ÷ (- 25) =
(- 645) ÷ (- 30) =
(4456) ÷ (232) =
(-998) ÷ (34) =

POTENCIACIÓN EN LOS NÚMEROS ENTEROS.

En las potencias de exponente par, no importa el signo que tenga la base, el resultado será siempre positivo:

Ejemplos:

$(5)^2 = (5)\ (5) = 25$

$(-5)^2 = (-5)\ (-5) = 25$

Cuando en las potencias el exponente es impar, las potencias de base positiva siempre son positivas mientras que las de base negativa el resultado siempre es negativo.

Ejemplos:

$\mathbf{(3)^3 = (3)\ (3)\ (3) = 27}$

$\mathbf{(-3)^3 = (-3)\ (-3)\ (-3) = -27}$

ACTIVIDADES:

Resolver las siguientes operaciones de potencias, tome en cuenta las explicaciones anteriores:

$\mathbf{(8)^3 =}$ $\mathbf{(-9)^2 =}$ $\mathbf{(6)^5 =}$ $\mathbf{(-5)^3 =}$ $\mathbf{(9)_4 =}$

RADICACIÓN EN LOS NÚMEROS ENTEROS.

Con este tipo de operaciones, se pueden presentar los siguientes casos:

1. Raíces pares de números enteros positivos, con dos soluciones, una positiva y otra negativa:

Ejemplo:

$$\sqrt[2]{64 = \pm 8}$$

Según este ejemplo tiene dos respuestas, por las siguientes razones:

$(8)^2 = (8)\ (8) = 64$

$(-8)^2 = (-8)\ (-8) = 64$

2. Raíces impares de números enteros positivos, con un resultado positivo.

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{125 = 5}$$

$$(5) \times (5) \times (5) = 125$$

El ejemplo anterior no tiene solución en ninguna forma, porque no existe ninguna base que elevada al cuadrado pueda dar como resultado **- 12.** Veamos:

$(-12)\ (-12) = 144$

$(12)\ (12) = 144$

De acuerdo a la ley de signos, en ninguno de los dos casos obtuvimos **- 12,** es por ello que se dice que no tiene solución.

4. Raíces impares de números enteros negativos, su resultado es negativo.
Ejemplo:

ACTIVIDADES:
De acuerdo a los casos estudiados con anterioridad, resolver las siguientes radicaciones.

$\sqrt[4]{16} =$; $\sqrt[6]{-64} =$; $\sqrt[4]{-81} =$; $\sqrt[3]{512} =$; $\sqrt[2]{324} =$

4. APLICACIÓN EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Ejemplos:

l. A Pedro le deben Q746 y por otro lado él debe Q815. ¿Cuál es su estado financiero?

- Q815
Q746
- Q069

Respuesta: El estado financiero de Pedro es de -Q69. (Esto significa que Pedro no tiene nada de dinero, por el contrario, él debe sesenta y nueve quetzales).

2. En Guatemala, el Edificio de Finanzas Públicas tiene 18 niveles, además tiene otros tres niveles bajo tierra, lo que le llaman sótano. El nivel cero está a nivel de la superficie de la tierra. Mucha gente utiliza los ascensores electrónicos para agilizar sus trámites. Cuando el ascensor sube será positivo, cuando el ascensor baja será negativo. Bajo este entendido. Resolvamos: Si estaba en el 18 nivel, luego bajo 11 niveles, luego subo 3 niveles, luego bajo 13 niveles y por último subo 15 niveles; ¿En qué nivel estoy?

18 – 11 + 3 – 13 + 15 = 12

Respuesta: Estoy en el 12 nivel.

ACTIVIDADES:

Escribir 10 problemas y resuélvalos, por medio de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros.

5. E1 CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES (Q).

DEFINICIÓN:

Los Números racionales, surgieron a partir de los números enteros, o sea las unidades positivas y negativas, que se simbolizan con la letra mayúscula Q.

Comúnmente se les llama fracciones o quebrados y son utilizadas continuamente, en la vida diaria, cuando se realizan repartos en proporciones iguales o cuando se parten las unidades de medida, por ejemplo: cuando hablamos de media hora, medio litro, media arroba, un cuarto, etc.

Una fracción es el cociente o división indicada de dos números naturales: [, donde **a** es el numerador; representa las partes que se toma de la unidad, desempeña el papel de dividendo. El denominador es **b**, representa el total de partes en que se divide la unidad, desempeña el papel de divisor. Este número b, debe ser distinto de cero, ya que la división entre cero no está definida.

La expresión a/b se interpreta también como a : b, a ÷ b ó a/b

Interpretación de la forma a/b

Ejemplo:

La fracción 3/8 1a representaremos dividiendo un objeto en 8 partes iguales y tomando luego 3 de estas partes.

1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

= 3/8

ACTIVIDADES

Representar las siguientes fracciones de acuerdo al ejemplo anterior:

1/2 = Un medio.
1/3 = Un tercio.
2/7 = Dos séptimos.
3/8 = Tres octavos.
5/6 = Cinco sextos.
8/5 = Ocho quintos.
1/7 = Un séptimo.

En general, para representar gráficamente una fracción, dividimos el objeto en tantas partes iguales como indica su denominador y tomamos de ellas las partes que indica su numerador.

FRACCIONES COMUNES.

Esta clase de fracciones, se caracterizan por tener el numerador menor que el denominador, también se les llama fracciones propias.

Ejemplos:

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{6}{7}, \quad \frac{7}{8}, \ldots.$$

Cuando el numerador es mayor o igual que el denominador, **la fracción es impropia.**

Ejemplos:

$\frac{15}{7}, \quad \frac{25}{12}, \quad \frac{75}{20}, \quad \frac{45}{21}, \quad \frac{22}{10}, \quad \frac{9}{9}, \quad \frac{24}{24}$

<u>FRACCIONES EQUIVALENTES.</u>

Dos fracciones son equivalentes, si al multiplicar en cruz sus términos, se obtiene el mismo resultado.

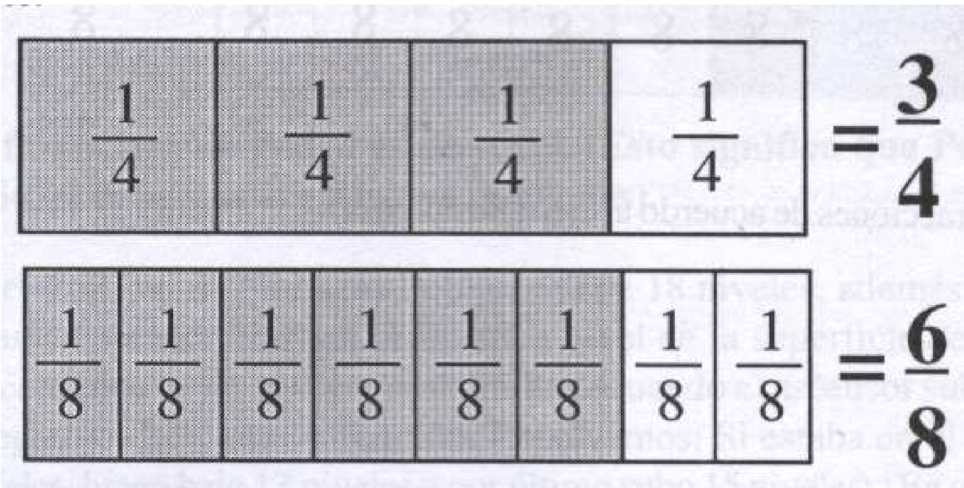
Ejemplo:

$$\frac{1}{2}, \frac{10}{20} \quad = \quad \frac{1 \times 20 = 20}{2 \times 10 = 20}$$

E j e m p l o s :

Veámoslo gráficamente:

$$\frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{6}{8}$$



Cada término de una fracción, numerador y denominador, puede ser un entero positivo o negativo, dando lugar a los siguientes casos:

$\frac{a}{b}$ = Positivo, positivo

$\frac{-a}{-b}$ = Negativo, negativo

$\frac{-a}{b}$ = Negativo, positivo

$\frac{a}{-b}$ = Positivo, negativo

SIMPLIFICACION DE FRACCIONES.

Si se multiplican o dividen el numerador y denominador de una fracción por un mismo número distinto de cero, se obtiene una fracción equivalente, llamada fracción amplificada o fracción simplificada.

Ejemplo:

$$\frac{-18}{12} = \frac{-6}{6} = \frac{-3}{2}$$

Negativo dieciocho doceavos es equivalente a negativo tres medios. Lo obtuvimos sacándole mitad a -18 y 12, luego tercera parte a -9 y 6, este procedimiento es muy sencillo y fácil de efectuar para cualquier simplificación. Este resultado todavía lo podemos simplificar más, dividiendo este resultado se obtuvo del cociente 1 como entero, el numerador 1 es el residuo y denominador 2 es el divisor.

ACTIVIDADES:
Simplificar las siguientes fracciones, con el procedimiento anterior, o sencillamente dividir el numerador entre el denominador:

$a)\ \frac{3445}{2431} =$ b) $\frac{-422}{224} =$ c) $\frac{175}{120} =$ d) $\frac{1348}{-463} =$

Recta numérica:

Para representar un número racional en la recta numérica, se divide cada unidad en tantas partes
iguales como indique el denominador y se toman las que señale el numerador.

Ordenación de los números racionales:

De dos números racionales cualesquiera es mayor el que se coloca más a la derecha en la recta numérica. Si las fracciones tienen el mismo denominador, solo se comparan los numeradores.

Ejemplo:

Dos fracciones con distinto denominador, se establece quien de los dos es mayor o menor, poniéndoles un denominador común.

Ejemplos:

El denominador común de las dos fracciones, es 6, este número se divide entre el denominador 2, al cociente obtenido se multiplica por el numerador -l, y nos da 3., Luego se divide el denominador común 6, entre el denominador 3, al cociente obtenido se multiplica por -2, y nos da 4, quedando así:

6. OPERACIÓN CON NÚMEROS RACIONALES.

SUMA DE NÚMEROS RACIONALES.

Para la suma de fracciones con signos positivos y negativos, se sigue el mismo procedimiento de los enteros, por lo demás, se opera como se viene trabajando.

Existen variantes según las condiciones del numerador y el denominador:

1) Cuando la suma de fracciones son de igual denominador solo deben sumarse los numeradores, el denominador será el mismo. Ejemplo:

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{5}{4}$$

2) Cuando la suma de fracciones son de denominadores diferentes, antes de sumar será preciso convertir los denominadores en iguales. Ejemplo:

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{4}=\frac{4+6}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$$

Aquí, el denominador común es el número 12 que se divide entre cada una uno de los denominadores de las fracciones dadas, los cocientes se multiplican por el numerador de cada fracción, luego se opera.

3) Cuando el numeral consta de una parte entera y una fraccionaria, también llamada fracción mixta, con los mismos denominadores. Ejemplo:

$$3\frac{1}{4}+5\frac{1}{4} = 8\frac{2}{4} \quad \text{simplificando} \ \frac{4\times 8}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

En este caso basta con sumar los enteros, luego los numeradores y como los denominadores son iguales, solo se copia. Para simplificar, la fración mixta se convierte en una fracción impropia, luego se divide.

4) Cuando los signos son iguales se suma. Ejemplo:

$$\left(\frac{-2}{3}\right)+\left(\frac{-4}{3}\right)=\frac{-6}{3}=-2$$

5) Cuando los signos son diferentes se resta y debe escribirse el signo del mayor. Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{3+(-4)}{6}=\frac{-1}{6}$$

<u>SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.</u>

1). En las restas de fracciones de igual denominador solo se restan los numeradores, el denominador será el mismo. Ejemplo:

$$De\ \ \frac{3}{4}\quad \text{Restar}\ \left(-\frac{2}{4}\right)$$

$$\text{Procedimiento}:\ \frac{3}{4}-\left(-\frac{2}{4}\right)=\frac{3+2}{4}=\frac{5}{4}$$

2). Cuando la resta de fracciones tiene diferentes denominadores, antes de restar se les busca un denominador común, luego se opera con todos los procedimientos conocidos.

Ejemplo:

3). Cuando la fracción consta de una parte entera y una fraccionaria, de igual denominador, basta con restar primero los enteros y luego los numeradores, el denominador será el mismo.

Ejemplo:

$$5\frac{2}{4}-2\frac{1}{4}=3\frac{1}{4}$$

4). La fracción que representa al sustraendo, al sacarlo dentro del paréntesis, debe cambiar de signo, luego se opera normalmente.

$$\left(-\frac{5}{3}\right)-\left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$-\frac{5}{3}+\frac{4}{3}=-\frac{1}{3}$$

5). Cuando las fracciones son de diferente denominador, siempre se busca un denominador común antes de operar, se lleva a cabo todo el proceso ya conocido y por último se opera, quedando el número mayor con su respectivo signo. Ejemplo:

$$\left(-\frac{2}{4}\right)-\left(-\frac{2}{8}\right)$$

$$-\frac{2}{4}+\frac{2}{8}=\frac{-4+2}{8}=-\frac{2}{8}$$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.

La multiplicación de fracciones se realiza multiplicando numerador con numerador y denominador con denominador. Es importante operar primero los signos, de acuerdo a la ley vista en lecciones anteriores.

Ejemplos:

2). Cuando las fracciones son mixtas, se convierten a fracciones impropias; multiplicando el denominador por el número entero, más el numerador, el denominador será el mismo. Luego se multiplica como en el ejemplo anterior.

ACTIVIDADES:

Realizar las siguientes multiplicaciones de racionales.

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.

1) Para dividir fracciones, se realiza una multiplicación en cruz de la siguiente manera: Se multiplican el numerador de la primera con el denominador de la segunda, el resultado se pone como numerador, después, se multiplica el denominador de la primera por el numerador de la segunda, el resultado se pone como denominador. Ejemplos:

7. PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES.

Las propiedades de la suma de enteros, son las mismas que en los números naturales, como hemos
visto en lecciones anteriores, con un agregado más que es el **elemento simétrico.**

Ejemplo:

$$5+(-5)=0$$
$$(-5)+5=0$$

En la multiplicación de enteros se dan exactamente las mismas propiedades que se dan en los números naturales, vistas en lecciones anteriores. Sin embargo, en la multiplicación de racionales, se da las mismas propiedades que en la multiplicación de enteros, pero existe una propiedad adicional que se llama **Propiedad de existencia del inverso multiplicativo** o dicho de otra manera, una propiedad de existencia de elemento neutro.

Ejemplo:

¿Qué número multiplicado por 5 nos da 1?.

$5\times \quad = 1$

$\frac{5}{1}\times\frac{1}{5}=\frac{5}{5}=1$

8. EXPLORACIÓN DEL ESPACIO.

A nuestro alrededor existen objetos de diversas formas y tamaños. A1 explorar el espacio, vamos a estudiar la forma y la extensión de los objetos. Las figuras de las cosas que vemos podemos dibujarlas.

P U N T O .

Punto es una señal de dimensiones que se hace natural o artificialmente sobre una superficie, y mediante una extensión continua de puntos. Para nombrar un punto, se usan las letras mayúsculas del alfabeto castellano. El punto es la representación de un objeto real, por ejemplo: un grano de arena, etc.

L A L Í N E A .

Es una sucesión de puntos, con el que se representa un objeto, es infinita. Las líneas se nombran con las letras minúsculas del alfabeto castellano. Tienen diferentes formas como las siguientes: Rectas, curvas, quebradas, mixtas, cerradas y abiertas.

R E C T A .

Es la más corta que se puede imaginar entre dos puntos:

Ejemplo:

CURVA.

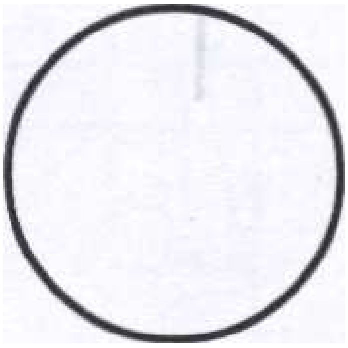
Son líneas que cambian continuamente de dirección, pero de forma suave y sin formar ángulos.

Ejemplo:

CERRADA.

Es una línea curva, cerrada y plana en la que cada uno de los puntos dista igual de un punto llamado centro.

Ejemplo:



QUEBRADA.

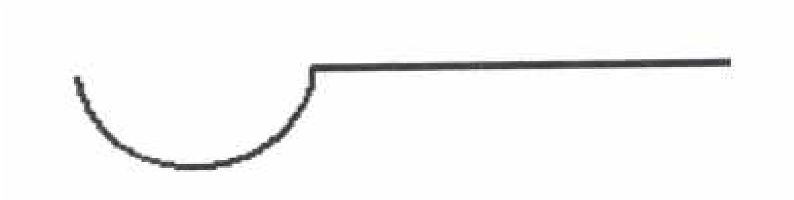
Es la formada por la sucesión de rectas y que forman ángulo cada una con la que la sigue.

Ejemplo:

MIXTA.

Es la formada por una alternación de líneas rectas y curvas.

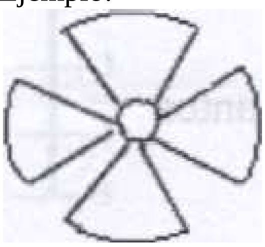
Ejemplo:



DE DOBLE CURVATURA.

Es la que no se puede representar en un plano como la hélice.

Ejemplo:



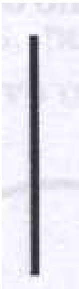
DISCRETA.

La que es discontinua.

Ejemplo:

VERTICAL.

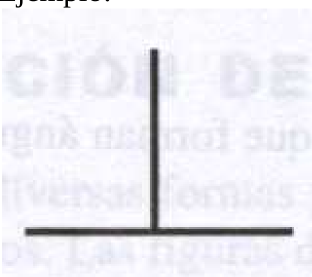
Es la perpendicular al horizonte.



PERPENDICULAR.

Es la que forma un ángulo recto con otra.

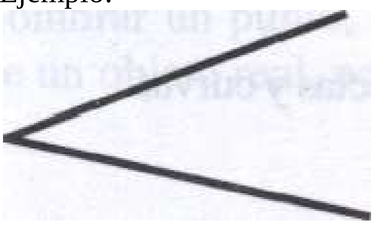
Ejemplo:



OBLICUA.

Es la que se forma con otra y forman un ángulo que no es recto.

Ejemplo:



HORIZONTAL.

Es la que es paralela a él.

Ejemplo:

SEGMENTO.

Parte de una recta comprendida entre dos puntos.
Ejemplo:

ACTIVIDADES:

Realizar un mural que represente todas las líneas y al lado de cada una dibujar un objeto de su medio que la contenga.

9. PLANO CARTESIANO

EJE DE COORDENADAS CARTESIANAS.

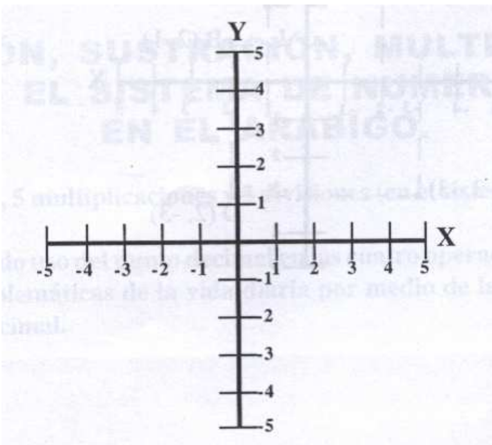
Plano.

Los planos son conjuntos infinitos de puntos, que forman superficies planas y tienen dos dimensiones, largo y ancho. Generalmente el plano se nombra con la letra griega que se simboliza así: **π**

SISTEMA DE COORDENADAS.

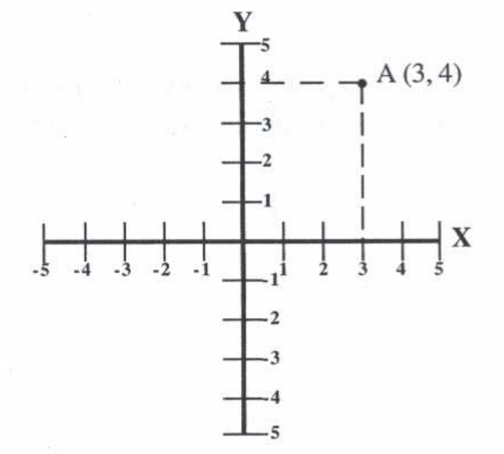
En la recta numérica se marcan puntos y cada punto se identifica con un número. A1 número identificado con dicho punto se llama coordenada del punto. Los números positivos se sitúan al lado derecho de un punto de origen. Los números negativos se sitúan al lado izquierdo del punto de origen. Si la recta numérica se colocara verticalmente, los números positivos se sitúan arriba del punto de origen y los negativos hacia abajo. El punto de origen se identifica con el cero.

COORDENADAS CARTESIANAS.



La recta horizontal identificada con la letra **X,** se le llama **abscisa.** A la recta vertical identificada con la letra **Y,** se le llama **ordenada.**

Un sistema de coordenadas sirve para localizar puntos y trazar rectas en el plano cartesiano. Las coordenadas es una pareja de números que determinan un punto, estas se simbolizan así: (x, y), porque significa que el primer valor de la pareja se relaciona con la **X** y el segundo elemento de la pareja se relaciona con la recta **Y.**
Ejemplo: (3,4)

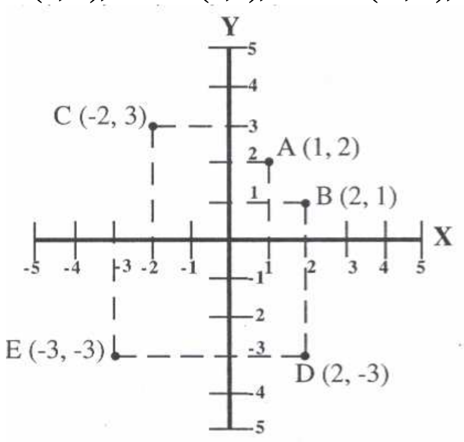


NOTA: El punto localizado se llama A. El cual se localiza trazando rectas paralelas al eje X y rectas paralelas al eje Y, donde se interceptan tales rectas, allí se localiza el punto.

Ejemplo:

1. Localizar los siguientes puntos en el plano cartesiano:

A (1, 2); **B** (2,1); **C** (-2, 3); **D** (2, -3); **E** (-3, -3).



TRAZO DE RECTAS EN EL PLANO CARTESIANO.

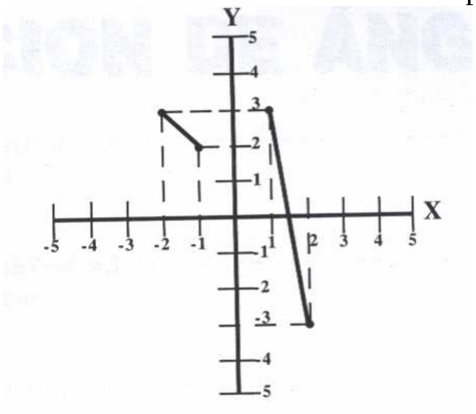
Para trazar líneas rectas en el plano cartesiano, solo unimos dos puntos localizados en dicho plano.

Ejemplo:

l. Trazar el sistema de coordenadas cartesianas.

2. En el sistema trazado, localizar los puntos (-2, 3); (1, 3) y (-1, 2); (2, -3)

3. Unir con una línea los puntos (-2, 3) y (-1, 2); (1, 3) y (2, -3).



ACTIVIDADES:

En varios sistemas de coordenadas cartesianas, trazar los puntos que se le pide, o bien unir con una línea los puntos. Los ejemplos anteriores, le pueden orientar mejor.

1. **Localizarlos puntos: (-3,5); (5,-3); (1,5); (-1, -5)**
2. **Localizar los puntos: A (3, 7); B (2, 6); C (-1, -7); D (4, -4)**
3. **Localizar los puntos: E (-l, -3); F (-4, -1); G (-3, -1); H (-1, -4)**
4. **Trazar con una línea los puntos: A (3,7) y B (2,6); C (-1, -7) y D (4,4)**
5. **Trazar con una línea los puntos: E (-1, -3); F (-4, -1); G (-3, -1); H (-1, -4)**

10. ADICIÓN, SUSTRACIÓN, MULTIPLICACIÓN, DIVISIÓN (EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA Y EN EL ARÁBIGO.

Realizar 5 sumas, 5 restas, 5 multiplicaciones y 5 divisiones (en el sistema de numeración Maya y en el sistema Arábigo).
Realizar ejercicios haciendo uso del punto decimal en las cuatro operaciones básicas.
Resolver situaciones problemáticas de la vida diaria por medio de las cuatro operaciones básicas sobre la base del punto decimal.

UNIDAD. 4

CONTENIDOS.

NOCION DE ÁNGULO.

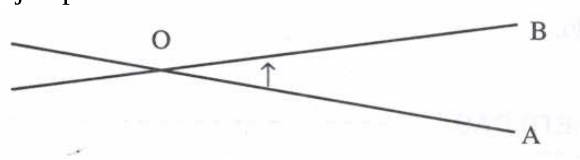
NOCION DE ÁNGULO.

1. NOCION DE ÁNGULO

Ángulo:

Es la abertura entre dos rectas que se intersectan en un punto llamado vértice. Para nombrar los ángulos se usan letras mayúsculas que representan dos líneas y el vértice regularmente con cero “0”.

Ejemplo:



MEDIDAS DE ÁNGULOS.

Sistema Centesimal:

En este sistema, un ángulo recto se divide en cien partes iguales llamadas grados. El símbolo que se usa es un exponente cero, (). Cada grado se divide en cien minutos, cuyo exponente es una coma, ().Cada minuto se divide en cien segundos, cuyo exponente son las comillas, ().

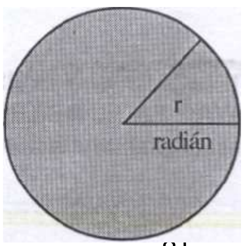
Ejemplo:

Ángulo recto 100º centesimales.
1° centesimal = 100 minutos
1' minuto = 100" segundos
100° 0' 0".

Sistema circular:

En este sistema, los ángulos se miden por radianes. Radián es un ángulo central limitado por un arco de la misma longitud que el radio de la circunferencia. Para representar el radián se usa la abreviatura rad. Los ángulos también se expresan en radiantes 2p. (dos pi) Los radianes equivalen a 360°.

Ejemplo:



<u>Sistema sexagesimal:</u>

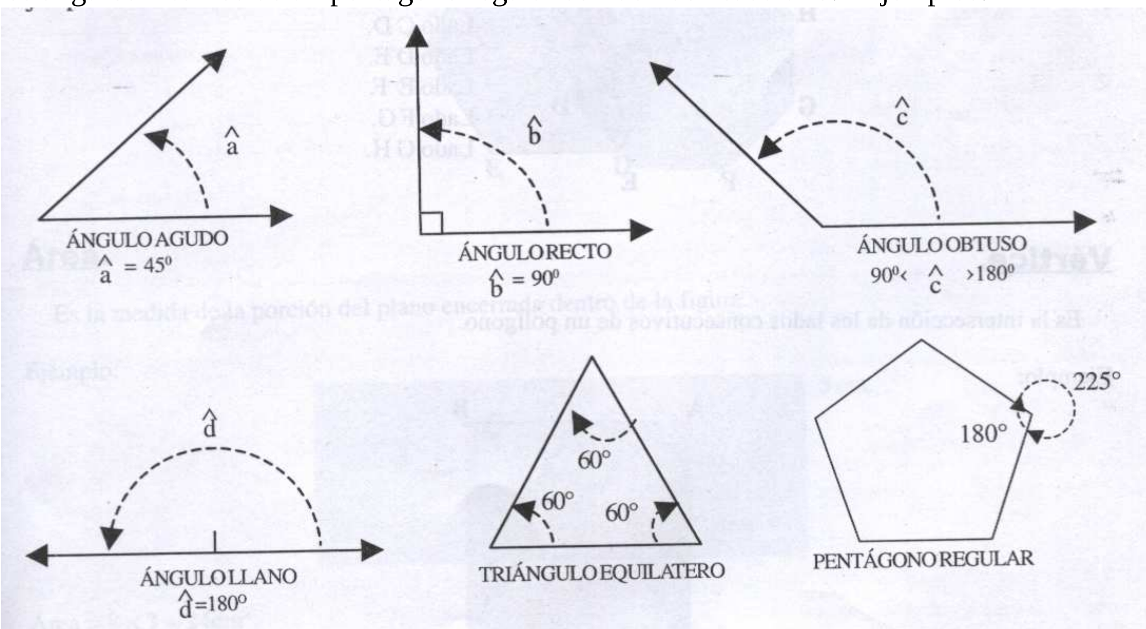
La unidad de medida de ángulos es el ángulo recto. Éste se divide en noventa partes iguales a las que se llama grados.

Cada grado se subdivide, a su vez, en sesenta minutos y cada minuto, en sesenta segundos. O sea:

Para medir ángulos, se usa un transportador, que representa una circunferencia dividida en 360 partes llamadas, grados. La midad de una cirfunferencia son 180 grados sexagesimales. La rotación positiva es, por convención, en el sentido contrario a las agujas del reloj, y la rotación negativa es en el mismo sentido.

Los ángulos se miden en grados. Según su tamaño se clasifican en ángulo **recto 90°, agudo menor de 90° y obtuso mayor de 90°, pero menor de 180°.**

Los ángulos interiores de un triángulo equilátero son de 60° cada uno, mientras que los ángulos internos de un pentágono regular son de 108° cada uno. Ejemplos:



ACTIVIDADES:
Con la ayuda de un transportador, construir ángulos de 30, 60, 90,110,180, 205 grados.

2. MEDIDAS GEOMÉTRICAS.

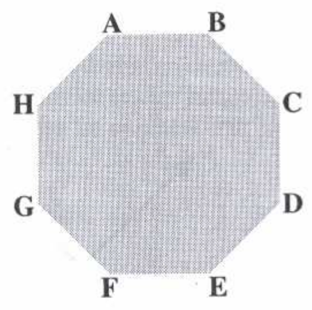
La geometría es la ciencia que trata del estudio riguroso del espacio y de las formas de los cuerpos que en él se pueden imaginar. Resuelve problemas métricos, tales como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de los cuerpos. Otros campos de la geometría son la geometría descriptiva, la geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, geometría fractal, y la geometría euclidiana.

FIGURAS GEOMÉTRICAS.

Las figuras geométricas planas son aquéllas en las cuales todos sus lados tienen la misma longitud y además todos sus ángulos internos tienen la misma medida, conocidas comúnmente como polígonos regulares, a excepción del círculo. Los elementos fundamentales de dichas figuras, son los lados, los vértices, la superficie, las diagonales, los ángulos internos y el perímetro.

Lados.

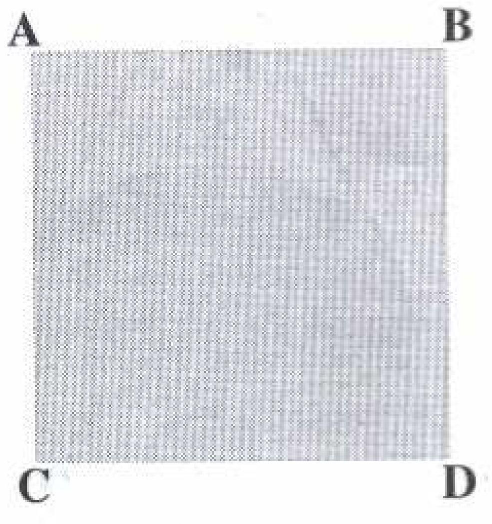
Son los segmentos que componen un polígono. Por lo general se nombran con las letras mayúsculas de los vértices que los limitan.



Lado A B.
Lado B C.
Lado C D.
Lado D E.
Lado E F.
Lado F G.
Lado G H.

Vértice.

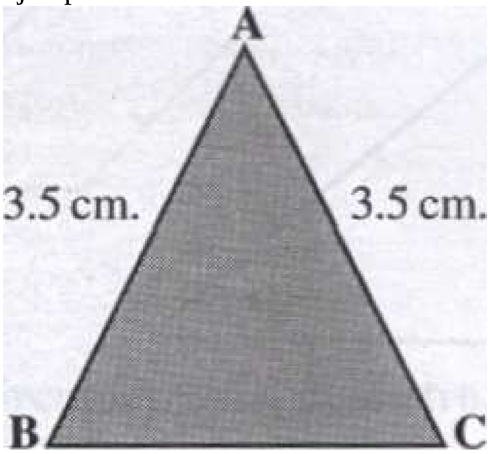
Es la intersección de los lados consecutivos de un polígono. Ejemplo:



Perímetro.

Es la suma de las longitudes de los lados de un polígono.

Ejemplo:

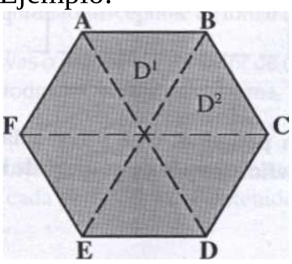


Perímetro = (AB) + (BC) + (CA)
3.5cm + 3.5cm + 3.5cm = 10.5cm

Diagonales.

Son líneas que unen dos vértices no consecutivos.

Ejemplo:



Área.

Es la medida de la porción del plano encerrada dentro de la figura.

Ejemplo:

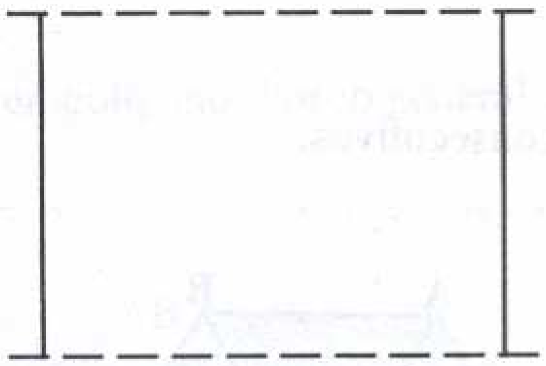
Ángulos Internos.

Son formados por dos lados consecutivos dentro de la figura.
Ejemplo:

A, B, C = Ángulos internos

Ángulos Externos.

Son los que están formados por lados consecutivos en la parte externa de la a.



ACTIVIDADES:

Definir qué es Geometría. Qué es un polígono. Qué diferencia hay entre polígonos regulares e irregulares. Construir 10 polígonos y definirlos por su número de lados.

Circunferencia y Círculo.

Circunferencia es una curva cerrada y plana en la que cada uno de sus puntos equidista de un punto fijo llamado centro de la circunferencia. Se puede definir como la intersección de un cono recto circular con un plano perpendicular al eje del cono. Cualquier segmento rectilíneo que pasa por el centro y cuyos extremos están en la circunferencia se denomina diámetro.

Un radio es un segmento que va desde el centro hasta la circunferencia. Una cuerda es cualquier segmento rectilíneo que corta a la circunferencia en dos puntos.

Un ángulo central es un ángulo cuyo vértice es el centro y cuyos lados son dos radios.

Un arco de circunferencia es la parte de ésta delimitada por dos puntos.

Círculo es la circunferencia más la superficie plana definida dentro de la circunferencia. De todas las figuras planas con igual perímetro, el círculo es el de mayor área. La proporción entre la longitud de la circunferencia y su radio es una constante, representada por el símbolo **P, o. Pi.**

Pi es un símbolo que representa la relación constante entre el diámetro de una circunferencia y su longitud, y que vale aproximadamente 3.141592; desempeña un papel fundamental en muchos cálculos y
demostraciones en matemáticas, física y otras ciencias, así como en ingeniería.

ACTIVIDADES:
Defina mediante dibujos qué es: circunferencia, diámetro, radio, arco y círculo.

3. CONCEPTO DE MEDIDA.

Medir es determinar la longitud, extensión, volumen o capacidad de algo.

MAGNITUD.

Es todo aquello que se puede medir por su tamaño, grosor, peso, temperatura, volumen etc. Es la propiedad de un objeto o de un fenómeno físico o químico susceptible de tomar diferentes valores numéricos.

Las magnitudes pueden ser extensivas o intensivas. *El* valor de cualquier magnitud extensiva se obtiene sumando los valores de la misma en todas las partes del sistema.

Ejemplo:

Si un sistema se subdivide en partes pequeñas, el volumen total o la masa total se obtienen sumando los volúmenes o las masas de cada parte. *El* valor obtenido es independiente de la manera en que se subdivide el sistema.

Las magnitudes intensivas no se obtienen mediante tal proceso de suma, sino que se miden y tienen un valor constante en cualquier parte de un sistema en equilibrio. La presión y la temperatura son ejemplos de magnitudes intensivas.

ACTIVIDADES:
Definir qué es magnitud y los tipos de magnitudes existentes.

MEDIDAS DE NÚMEROS.

Es el procedimiento por el que se obtiene la expresión numérica de la relación que existe entre dos valores de una misma magnitud. La unidad, es una forma de expresión.

Los resultados de las medidas son números que, por diversas causas algunas veces presentan errores. Lo importante en una medida es encontrar el número aproximado y estimar el error que se comete al tomar ese valor.

La precisión de un instrumento de medida es la mínima variación de magnitud que puede determinar sin error. Estos errores no pueden eliminarse totalmente.

Para obtener el valor de una magnitud lo más cercano posible al valor exacto hay que repetir la medida varias veces, calcular el valor medio y los errores absolutos y de dispersión. El error absoluto de una medida cualquiera es la diferencia entre el valor medio obtenido y el hallado en esa medida. El error de dispersión es el error absoluto medio de todas las medidas. El resultado de la medida se expresa como el valor medio "más, menos" (±) el error de dispersión.

ACTIVIDADES:
Medir una magnitud con diferentes medidas y observe si hay error por dispersión

4. CLASES DE MEDIDAS.

UNIDADES DE MEDIDA INTERNACIONAL.

Longitud.

El metro tiene su origen en el sistema métrico decimal. Por acuerdo internacional, el metro patrón se había definido como la distancia entre dos rayas finas sobre una barra hecha de una aleación de platino e iridio, conservada en París.

La conferencia de 1960 redefinió el metro como 1.650.763,73 longitudes de onda de la luz anaranjada-rojiza emitida por el isótopo criptón 86. El metro volvió a redefinirse en 1983 como la longitud recorrida por la luz en el vacío en un intervalo de tiempo de 1/299.792.458 de segundo.

Masa.

Cuando se creó el sistema métrico decimal, el kilogramo se definió como la masa de 1 decímetro cúbico de agua pura a la temperatura en que alcanza su máxima densidad (4.0 °C). Se fabricó un cilindro de platino que tuviera la misma masa que dicho volumen de agua en las condiciones especificadas. Después se descubrió que no podía conseguirse una cantidad de agua tan pura ni tan estable como se requería. Por eso el patrón primario de masa pasó a ser el cilindro de platino, que en 1889 fue sustituido por un cilindro de platino-iridio de masa similar. El kilogramo se sigue definiendo como la masa del cilindro de platino-iridio conservado en París.

Tiempo.

Durante siglos el tiempo se ha venido midiendo en todo el mundo a partir de la rotación de la Tierra. El segundo, la unidad de tiempo, se definió en un principio como l/86.400 del día solar medio, que es el tiempo de una rotación completa de la Tierra sobre su eje con relación al Sol. En 1967 se redefinió el segundo a partir de la frecuencia de resonancia del átomo de cesio, es decir, la frecuencia en que dicho átomo absorbe energía. Ésta es igual a 9.192.631.770 Hz ciclos por segundo.

Temperatura.

La escala de temperaturas adoptada por la conferencia de 1960 se basó en una temperatura fija, la del punto triple del agua. El punto triple de una sustancia corresponde a la temperatura y presión a las que sus formas sólidas, líquidas y gaseosas están en equilibrio. Se asignó un valor de 273,16 K a la temperatura del punto triple del agua, mientras que el punto de congelación del agua a presión normal se tomó como 273,15 K, que equivalen exactamente a 0 °C.

SISTEMAS DE MEDIDA.

Antiguamente los países establecieron sus propias unidades de medida, lo cual originaba muchas confusiones. Actualmente los países han establecido un sistema de unidades de medida llamado **Sistema Internacional de unidades (SI),** que tiene su base en el sistema métrico decimal.

M.K.S.

Este sistema se llama así porque mide la longitud en metros, el peso en kilogramos y el tiempo en segundos.

Metro (m.).

Es la unidad básica para medir la longitud o largo. Es la distancia entre dos líneas trazadas sobre una barra de platino con el largo de un metro.

Kilogramo (Kg.).

Es la unidad básica para medir el peso. Es el equivalente a la masa de una libra de agua pura a la temperatura de cuatro grados centígrados (4°C)

Segundo.

Es la unidad básica para medir el tiempo. Es una de las sesenta partes en que se divide el minuto. Un minuto tiene 60 segundos.

Otras medidas del sistema MKS.

Metro cuadrado (m^2)

Sirve para medir el área de los cuerpos considerados en dos dimensiones: largo y ancho.

Metro cúbico (m^3)

Sirve para medir el volumen o contenido de los cuerpos, considerado en tres dimensiones: Largo, ancho y altura.

SISTEMA INGLÉS (P.L.S.).

En este sistema, las unidades de medida básica son:

Medidas de longitud: Pie (P): Es la unidad básica para medir la longitud. l pie = 12 pulgadas (12").
3 pies = 1 yarda
1 metro = 3.28 pies = 39.37 pulgadas.
Medidas de peso: 1 libra = 454 gramos.
Medidas de tiempo: 1 día = 24 horas
1 hora = 60 minutos (60')
1 minuto = 60 segundos(60")

Conversión de medidas de un sistema a otro.

Para convertir medidas de un sistema a otro, se multiplica el número dado por el equivalente de la unidad de medida a reducir. Ejemplos:

a). Convertir 10 varas a metros.

b). Convertir 40 metros a pulgadas.

ACTIVIDADES:
Investigar otras clases de medidas que se utilizan en la actualidad y que no fueron tratados en esta unidad y a qué equivalen.

5. GRÁFICAS ESTADÍSTICAS.

IMPORTANCIA DE LA ESTADÍSTICA.

La Estadística es una ciencia de mucha utilidad, aplicada para resolver problemas propios de las Ciencias Sociales y otras de carácter experimental, como la Biología, Física, Economía, Demografía, Astronomía, Pedagogía, Psicología, Sociología, Medicina, etc.

El estudio de esta ciencia es fundamental en la actualidad, debido a la interpretación de los fenómenos colectivos que expresa a través de diversos instrumentos, según el tiempo, lugar y seres en los cuales se manifiesta.

De acuerdo a lo descrito anteriormente, la Estadística se puede definir como "La ciencia que estudia los fenómenos colectivos mediante la observación numérica, el análisis matemático y la interpretación lógica". "La Estadística es la ciencia de la recopilación, clasificación, presentación e interpretación de datos.

Entre los diferentes fenómenos que estudia la Estadística, podemos mencionar:

- Promedio de alumnos promovidos en un Instituto.
- Grado de analfabetismo en una determinada comunidad.
- Condiciones habitacionales.
- Muertes a causa de una misma enfermedad, etc.

Etapas de la Investigación Estadística.

Para ello es necesario llevar a cabo un plan de acuerdo a los siguientes pasos:

- Estructurar adecuadamente la idea a cerca del fenómeno que se va a estudiar, llamada hipótesis.
- Elaborar los instrumentos apropiados que se van a utilizar en la investigación, tales como: Entrevistas, censos, encuestas, cuestionarios, etc.
- Recolectar los datos por medio de los instrumentos utilizados durante la investigación.
- Analizar los datos que apoyen la hipótesis planteada al inicio.
- Interpretar y comunicar los resultados.

RECOLECCIÓN DE DATOS.

Los números que miden la intensidad de las características que afectan los fenómenos que se desea estudiar, se **llaman datos estadísticos.**

Los datos se obtienen según la necesidad del estudio sobre datos ya obtenidos, que proceden de fuentes internas de una institución, externas de una institución u originadas por el investigador.

Para ello debe tomarse en cuenta la población o el universo, es decir el total de individuos y objetos que se ven afectados por el fenómeno o problema que se va a analizar, mediante encuestas, cuestionarios, entrevistas, experimentación, observación o cualquier otro instrumento.

Muestra de la población o universo. La muestra, es el subconjunto a estudiar y se selecciona una variable o característica a estudiar. Por ejemplo: Determinar el rendimiento de los alumnos de primer grado en la lectoescritura del idioma Maya K'iche' del Instituto de Chivarreto.

A la recolección de datos, sigue la organización de los mismos, para establecer en forma inmediata las características que un investigador necesite.

ACTIVIDADES:
Explicar qué es la Estadística y para qué nos puede servir.

6. ELABORACIÓN DE GRÁFICAS.

Tabulación y Presentación de Los Datos.

Los datos recogidos deben ser organizados, tabulados y presentados para que su análisis e interpretación sean rápidos y útiles. Supongamos que quisiéramos determinar el rendimiento de un determinado grupo de estudiantes de un Instituto en una equis asignatura; la forma más usual de organizar los resultados de los estudiantes, es en forma ascendente o descendente. El recuento de casos es una operación que consiste en determinar cuántas veces se repite cada valor o dato. El recuento sirve para determinar las frecuencias absolutas y relativas.

Se llama frecuencia de un valor al número de veces que aparece el fenómeno. En el proceso estadístico se le llama frecuencia absoluta al número de veces que se repite un valor de la variable y es común designarla con una “f”. De la suma de frecuencias se obtiene el número de casos que se designó con “N”. Cuando la frecuencia absoluta “f “ de un valor se divide entre el total de casos “N”, al cociente se le llama frecuencia relativa y se denota por una “f “ (efe prima). En estos casos se trabajan con valores sin agrupar.

Ejemplo:

Frecuencia del rendimiento escolar en el curso de Matemática de 1°. Básico Sec. 1. Instituto de Nimasac. Año 2006.

Las presentaciones de los valores, no se agruparon. Sin embargo cuando los valores son muchos, es necesario agruparlos. Para encontrar el total de los distintos valores, se calcula hallando la diferencia entre 74-36 = 38 valores distintos, que se le llama amplitud o recorrido. Cuando el número de variaciones es mayor que 95, es aconsejable agrupar los valores. Cada grupo de valores recibe el nombre de intervalo y al número de valores o unidades de medida que contiene se le llama amplitud del intervalo. Se aconseja no usar más de 20 intervalos. Cada intervalo está formado por dos números llamados límites. Para determinar la amplitud del intervalo, existen varios procedimientos. La fórmula de STUGERS es uno de ellos, y se trabaja de la siguiente manera:

$$\frac{I = \chi_s + \chi_i}{1 + 3.22 * \log.\ \mathrm{de\ N}}$$

PICTOGRAMA.

Es una representación por medio de figuras, un asunto, en la que se puede dar una cuantificación visual de una situación.

Ejemplo:

Número de habitantes de Centro América hasta el 2005.

D I A G R A M A D E B A R R A S .

Se usa una línea horizontal donde se coloca los intervalos y en cada intervalo se eleva una barra de acuerdo al valor de la frecuencia dada.

Ejemplo:

En una sección de primero básico, hay inscritos 30 estudiantes, queremos establecer ¿Cuáles son sus edades?. Los datos obtenidos en el libro de inscripción del instituto, fueron los siguientes: 15, 13, 16, 13, 13, 14,17, 15, 14, 13, 14, 13, 12, 15, 16, 15, 14, 15, 16, 14, 13, 16, 18, 14, 15, 16, 14, 15, 15, 13. (años).

Para facilitar el trabajo, ordenamos las edades en forma ascendente, empezando por los estudiantes de menor edad que en este caso es 12 y los de mayor edad que es 18, para establecer la frecuencia de las edades.

Otra manera más fácil es tabulándolos por intervalos como a continuación se presenta. Haciendo la salvedad de que no se tomó en cuenta U fórmula anotada con anterioridad, únicamente se da este ejemplo para conocer qué es un intervalo y cuáles son sus límites.

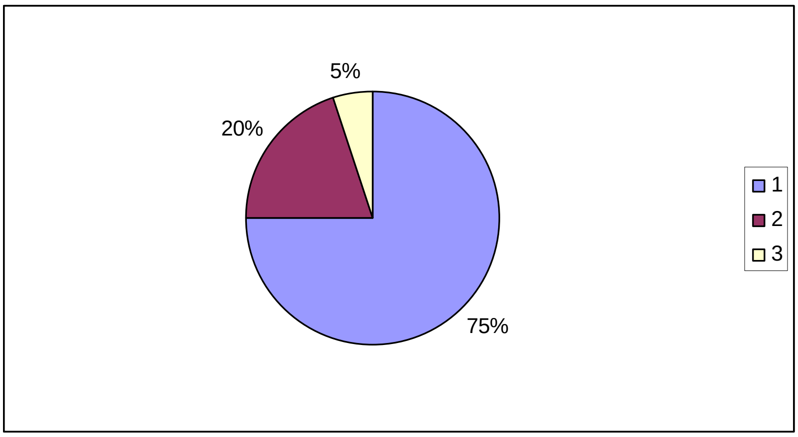
La barra más alta representa a los alumnos comprendidos entre las edades de 12 a 15 años de edad, que constituye la mayoría, la barra pequeña representa a los alumnos comprendidos entre las edades de 15 a 18 años.

DIAGRAMA DE SECTORES O CIRCULAR.

Este diagrama, generalmente se representa mediante un círculo, cuyos segmentos suman 100 por ciento. Es útil para visualizar las diferencias en frecuencia.

Ejemplo:

En una, escuela primaria rural, de 450 alumnos y alumnas, e175% fué promovido, el 20% fué no promovido y el 5% se retiró.



Para saber a qué cantidad de alumnos corresponde cada porcentaje, se puede hallar por medio de una regla de tres. Ejemplo:

ACTIVIDADES:

1) **Construir un diagrama de barras que refleje el sexo y la edad de todos/as sus compañeros y compañeras del instituto.**
2) **Con el diagrama de sectores, representar el porcentaje de alumnos promovidos, no promovidos y retirados de la escuela primaria de su comunidad.**

7. ALGORITMOS.

En términos matemáticos, algoritmo es el método de resolución de problemas complicados mediante el uso repetido de otro método de cálculo más sencillo, que permite llegar a un resultado final.

Un ejemplo básico es el cálculo de la división larga en aritmética. En la actualidad, el término algoritmo se aplica a muchos de los métodos para resolver problemas que emplean una secuencia mecánica de pasos, como en el diseño de un programa de ordenador o computadora. Esta secuencia se puede representar en la forma de un diagrama de flujo para que sea más fácil de entender.

Ejemplo:
Para entrar en un programa de computación debemos seguir algunos pasos.
ACTIVIDADES:

Explicar ¿Qué es un algoritmo? y poner diferentes ejemplos de algoritmos.

8. ADICIÓN, SUSTRACCIÓN, MULTIPLICACIÓN, DIVISIÓN EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA Y EN EL ARÁBIGO.

Realizar 5 sumas, 5 restas, 5 multiplicaciones y 5 divisiones en el Sistema Maya y en el Sistema Arábigo.

Realizar operaciones de suma, resta multiplicación y división de fracciones.

Resolver situaciones problemáticas de la vida diaria por medio de las cuatro operaciones básicas en números fraccionarios.

RECONOCIMIENTOS:

Los contenidos presentados fueron discutidos, implementados y validados por los catedráticos de los Institutos de Chivarreto, Chuanoj, Chuatroj y Quiacquix.

BIBLIOGRAFÍA:

1. Matemática Vigesimal Maya. José Mucía Batz
2. K'iche' Ajilab'al. (Sistema de numeración Maya k'iche'). Unicef
3. Aprendiendo matemáticas. Juan Antonio Ortíz Corado y Homer Hernandez Perez. 4. Matemáticas I . Saúl Duarte Beza y José Rantillana.
5. Aprendiendo matemática 1er curso. Juan Antono Ortíz Corado y Homero Hernandez Perez 6. Matemática 1er curso. Editora Educativa.
7. Matemática 1. Saúl Duarte Beza y José Edmundo Rodriguez 8. Enciclopédia Autodidáctica de matemática. Editorial Océano. 9. Enciclopedia Encarta 1998

PORTADA:

Filosofía de los números Mayas. José Mucía Batz

BIBLIOGRAFÍA

Matemática 1

1. Academia de Lenguas Mayas de Guatemala. Mayab' Ajilab'al Pa K'iche' Tzij. Numeración Maya K'iche'. Editorial Rukemik Na'ojil, 2005.

2. Caciá Daniel. Reyes, Roselia. El Sistema de Numeración Maya y sus operaciones aritméticas. Módulo 5. Editorial Piedra Santa, 2004.

3. Duarte Beza, Saúl. Rodríguez, José Edmundo. Matemática 1. Editorial Santillana, 1996.

4. K'iche' Ajilab'al. Sistema de Numeración Maya K'iche'. UNICEF. Guatemala 1997.

5. Mucía Batz, José. Jun Raqan. La Cosmovisión y los Números Mayas. Editorial Saqb'e. 1997

6. Mucía Batz, José. Matemática Vigesimal Maya. Editorial Saqb'e. 1996.

7. Mucía Batz, José."NIK". Filosofía de los Números Mayas, El Resurgir de la Cultura Maya. Editorial Saqb'e. 1996.

8. Ortiz Corado, Juan Antonio. Hernández Pérez, Homero. Aprendiendo Matemática 1. Ediciones Escolares Salguero, 1997.

9. Proyecto Lingüístico Francisco Marroquín. Departamento de Promoción Cultural y Lingüística. Numeración Maya K'iche'. Litografía Nawal Wuj, 1996.